Государственный Университет
Высшая школа экономики

А.М. Лукацкий, В.А. Малахов,

Г.В. Федорова

Информационно-аналитическая система исследования взаимосвязей энергетики и экономики

Препринт WP2/2003/01
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Москва 2003

УДК 004.9
ББК 32.973.202
Л 84

Лукацкий А.М., Малахов В.А., Федорова Г.В. Информационно-аналитическая система исследования взаимосвязей энергетики и экономики: Препринт WP2/2003/01. – М.: ГУ ВШЭ, 2003. – 27 с.

Рассматриваются проблемы многогранного взаимодействия энергетики и экономики. В качестве инструмента анализа предложена новая версия нелинейной динамической межотраслевой модели с более подробным описанием энергетических отраслей и продуктов.

Классификация JEL: B22, B23, C5, C6, D4, Q43.

Lukatsky A.M., Malakchov V.A., Fedorova G.V. Informational-analytical system for the investigation of interconnections of the energetic and the economics: Working paper WP2/2003/01. – Moscow: State University – Higher School of Economics, 2003. – 27 p. (in Russian).

The problems of the diverse interconnections of the energetic and the economy have been considered. For tools of analysis the new version of non-linear dynamical inter-branch model is proposed, having more detail description of the energetic branch and its product.

JEL Classification: B22, B23, C5, C6, D4, Q43.

Лукацкий Александр Михайлович,
Малахов Владимир Александрович,
Федорова Галина Владимировна
Институт энергетических исследований РАН
113186, Москва, Нагорная ул., 31–2.
E-mail: macrolab@eriras.ru

Lukatsky, Alekxander,
Malakchov, Vladimir,
Fedorova, Galina
Energy Research Institute of Russian Academy of Sciences
31–2, Nagornaja str., Moscow, 113186, Russia
E-mail: macrolab@eriras.ru

1. Постановка проблемы

Одной из жизненно важных предпосылок существования и развития общества является его надежное энергоснабжение. Топливно-энергетический комплекс (ТЭК), выполняющий функции энергоснабжения, сам является крупным сектором народного хозяйства. Поэтому условия его функционирования и развития самым существенным образом зависят от общего состояния экономики. Специфика ТЭК состоит в его капиталоемкости, инерционности и высокой степени рисков при оценке инвестиционных проектов. Существующая аналитическая база для формирования управленческих решений в области макроэнергетической политики основана на общем эвристическом анализе и синтезе результатов количественного исследования многих отдельных аспектов взаимодействия энергетики и экономики.

По нашему мнению, адекватность синтеза этих частных аспектов могла бы существенно повыситься при введении в повседневную управленческую практику комплексного количественного исследования влияния ценовой, налоговой, инвестиционной, внешнеторговой и социальной политики государства в ТЭК на интересы всех экономических субъектов. Для оценки этого влияния был разработан специальный модельный комплекс МЭНЭК, т.е. “модель энергетики в экономике”. Ниже дается его структурно-содержательное описание.

2. Описание модельного инструментария

Необходимыми условиями реализации сформулированных целей исследований являются создание и регулярная эксплуатация, включая информационную поддержку, соответствующего экономико-математического модельного инструментария. Начальный этап создания соответствующей модели описан в [3]. В последние годы этот инструмент был коренным образом усовершенствован и в настоящее время после периода опытной эксплуатации подвергся очередной модернизации, связанной с приведением в соответствие структуры всех финансовых потоков с требованиями системы национальных счетов, а также связанной с желанием приблизить систему ограничений модели к условиям реальной экономической жизни в России (в частности, предпринята попытка описать экономику, в которой возможны неплатежи).

МЭНЭК представляет собой динамическую межотраслевую модель типа Неймана [6] с более подробным описанием энергетических отраслей и продуктов. Экономическими субъектами в этой модели являются государственные учреждения, домашние хозяйства и коммерческие предприятия, представленные энергетическими и неэнергетическими отраслями народного хозяйства. В частности, ТЭК включает в себя электроэнергетику (1), нефтяную (2), газовую (3) и угольную (4) промышленность. Список остальных отраслей в соответствии с принятой в статистике номенклатурой содержит черную (5) и цветную (6) металлургию, химию и нефтехимию (7), машиностроение и металлообработку (8), лесную, деревообрабатывающую и целлюлозно-бумажную промышленность (9), промышленность строительных материалов (10), легкую (11) и пищевую

(12) промышленность, прочие отрасли промышленности (13), строительство (14), сельское хозяйство (15), транспорт (16), связь, торговые, финансовые, коммунальные и прочие услуги (17).

Уточним принятый в МЭНЭК список продуктов. Энергетические продукты: электроэнергию (1) и централизованную теплоту (2) производит электроэнергетика, нефть (3) производят нефтяная и газовая отрасли промышленности (газоконденсат), моторные топлива (4) производят нефтяная и газовая отрасли промышленности, мазут (5) и прочие нефтепродукты (6) производит нефтяная промышленность, газ естественный (7) производят газовая и нефтяная отрасли промышленности, уголь энергетический (8) и уголь для коксования (9) производит угольная промышленность. Таким образом, производство в энергетическом секторе соответствует модели Неймана, однако для неэнергетических продуктов использована схема Леонтьева. При этом в модели рассматривается баланс производства и распределения нерыночных услуг (23), которые производятся государственными учреждениями, а потребляются домашними хозяйствами и всеми отраслями экономики, включая государственные учреждения. В описываемой версии МЭНЭК домашние хозяйства, помимо того, что являются конечными потребителями, могут также и участвовать в производстве некоторых видов продуктов. В частности, они производят продукты легкой и пищевой промышленности, строительства, сельского хозяйства, транспорта, торговые и другие услуги. Всего в модели рассматриваются 23 продукта.

В системе МЭНЭК наложены требования выполнения балансов ресурсов (балансов продуктов и услуг, трудовых и финансовых ресурсов), кроме того, субъекты российской экономики связаны между собой еще и взаимными неплатежами. Поэтому в МЭНЭК вводится баланс неплатежей (балансы просроченной кредиторской и дебиторской задолженностей), иными словами, вводится матрица задолженностей между принятыми в МЭНЭК субъектами экономики, элементы которой пропорциональны элементам матрицы номинальных платежей (финансовых потоков). Суммарные значения просроченной кредиторской задолженности каждого субъекта экономики являются переменными модели, а элементы матрицы номинальных платежей являются параметрами и рассчитываются по прошлому финансовому году. Следует отметить, что для сектора домашних хозяйств в модели запрещена просроченная кредиторская задолженность, но разрешена просроченная дебиторская задолженность.

Таким образом, структурной основой МЭНЭК служат 23 баланса производства и распределения продуктов, 17 финансовых балансов отраслей, финансовые балансы домашних хозяйств и государственных учреждений, баланс трудовых ресурсов, балансы просроченных кредиторской и дебиторской задолженностей.

Кроме основных балансовых ограничений МЭНЭК содержит ряд специальных требований, отражающих рыночный характер функционирования экономики. Опуская подробности, ограничимся кратким перечислением их состава.

- Учитывая конкуренцию отечественных продуктов с импортными и эффективность возможного экспорта, необходимо, чтобы цены производимых в стране продуктов не превышали цены аналогичных импортных продуктов с учетом их качества.
- В модели не разрешены решения, которые ухудшают финансовое положение любых коммерческих предприятий по сравнению с предыдущим годом более, чем на заданную долю.
- Финансовая независимость производственных отраслей от государства, характерная для рыночной экономики, отражена в МЭНЭК почти полным отказом от предоставления им государственных дотаций. Однако, для угольной промышленности, сельского хозяйства, транспорта и коммунального сектора максимальные дотации, отражающие социальную политику государства, могут иметь значительную величину.
- Серьезной проблемой внешнеторговой деятельности любого государства является ограниченность рынков сбыта экспортируемых товаров. Поэтому в модели объем экспорта ограничен сценарно задаваемыми оценками емкости внешних рынков соответствующих продуктов, а объем импорта считается неограниченным.
- В модельных исследованиях при поиске рациональных компромиссных решений ставкам основных видов налогов (акцизов, НДС, подоходного налога и налога на прибыль) разрешено колебаться в границах сценарно задаваемых отклонений от соответствующих значений для предыдущего периода.

Так называемые целевые ограничения служат гарантией соблюдения на минимальном уровне интересов всего общества и каждого субъекта экономики в отдельности в процессе поиска рациональных компромиссных решений.

В модели интересы всего общества отождествляются с увеличением величины валового внутреннего продукта в сопоставимых ценах. Интересы каждого из субъектов экономики отождествляются с превышением в сопоставимых ценах объема его доходов над текущими расходами, т.е. с величиной балансовой прибыли для производственных отраслей, с приростом сбережений для домашних хозяйств, с сальдо консолидированного бюджета для государственных учреждений. Минимально необходимые уровни всех этих показателей можно задавать сценарно, однако в модели их определяют на основе ранее достигнутых уровней, которые определяются статистической отчетностью для начального (базового) года, либо полученные с помощью МЭНЭК – для предыдущего года.

Перечисленные ограничения используются в каждом статическом блоке. Их общее количество составляет 435 равенств и неравенств, не считая диапазонных числовых ограничений для большинства переменных модели. Кроме статических ограничений МЭНЭК содержит большую группу динамических ограничений, определяющих согласованность решений на соседних временных интервалах. В частности, в модели используются динамические связи по основным фондам и фондоотдаче, по удельным материальным и трудовым затратам, по накоплениям (домашних хозяйств) и долговым обязательствам (для производственных отраслей и государственных учреждений), а также для ряда других параметров. Говоря об информационной структуре модели, отметим, что при выборе рациональных макроэкономических решений на любом единичном временном интервале МЭНЭК использует и формирует три класса показателей: исходные данные (параметры), искомые независимые переменные и выходные данные, которые рассчитываются с помощью показателей первых двух классов.

В состав независимых переменных входят следующие основные группы показателей:

- интенсивности использования отраслевых производственных мощностей;
- объемы экспорта и импорта продуктов;
- объемы изменения запасов готовых продуктов;
- индексы цен на товары и услуги;
- ставки основных налогов и экспортных таможенных сборов;
- средняя зарплата для каждой производственной отрасли, социальные выплаты населению;
- объемы государственных дотаций отраслям из числа социально опекаемых;
- объемы просроченных задолженностей отраслей и государственных учреждений;
- объемы убытков в составе сальдо распределяемой прибыли отраслей;
- объемы финансовых остатков и эмиссии акций отраслей;
- отраслевые нормы дивидендов;
- объемы отраслевых займов, а также внутреннего и внешнего государственных займов;
- коэффициенты матрицы удельных материальных затрат;
- нормы прочих налогов и отчислений от зарплаты на социальные нужды.

  Всего 845 переменных.

3. Критериальный аспект оптимизации

Рассмотрим теперь критериальный аспект оптимизации, основанный на поиске компромисса интересов всех субъектов экономики. Понятие “экономический интерес” для любого субъекта мы интерпретируем, как его стремление максимизировать превышение текущих доходов над текущими расходами. Для государственных учреждений соответствующая целевая функция имеет форму сальдо консолидированного бюджета (СКБ), для домашних хозяйств – годового прироста сбережений населения (ПСН), для производственных отраслей или любой их совокупности (например, реальный сектор экономики) – суммарной балансовой прибыли (БП). В дальнейшем будем использовать условный термин “прибыль”. Кроме того, в качестве ещё одного частного критерия можно учитывать интересы всего общества (т.к. каждый субъект экономики не отождествляет свои интересы с интересами всего общества), которые представлены величиной ВВП.

В оптимизационных расчётах МЭНЭК в качестве целевой функции может использоваться компромиссный критерий, в рамках которого учитываются частные интересы всех субъектов экономики. Для любого допустимого решения можно получить относительную оценку степени достижения интересов каждого субъекта. Компромиссный критерий предполагает максимизацию степени достижения интересов наименее удовлетворенного субъекта. Сопоставление степени удовлетворения интересов разных субъектов производится с помощью задаваемых исследователем весовых коэффициентов, т.е. относительной значимости каждого из них. Меняя весовые коэффициенты, можно в широких пределах варьировать целевую направленность формируемого решения – от признания равной значимости интересов всех субъектов до полного игнорирования интересов всех, кроме одного выделенного субъекта. В этом последнем случае оптимизация ведется по частному критерию.

Чтобы построить относительную оценку степени удовлетворения каждого из m субъектов, необходимо предварительно решить m вспомогательных задач, в каждой из которых максимизируется “прибыль” одного из субъектов (Π_i). В решении каждой такой задачи фиксируется достигнутое абсолютное значение “прибыли” и всех остальных субъектов, т.е. последовательность $\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_m$. Это позволяет построить квадратную матрицу **M**, в которой фиксируются “прибыли” всех субъектов при разных частных критериях оптимизации. Каждой i-й строке этой матрицы соответствует задача с критерием за i-й субъект, а каждому ее j-му столбцу – “прибыль” j-го субъекта во всех задачах. Элементами матрицы являются числа Π_{ij}, т.е. объем “прибыли” j-го субъекта при максимизации интересов i-го субъекта. Пример подобной матрицы представлен в выделенной области таблицы 3.1, в которой отражены результаты условной оптимизации экономики для уже состоявшегося 1996 г. Очевидно, что $\Pi_i^{\max} = \max_j\{\Pi_{ij}\}$ соответствует оптимальному решению i-й задачи. Легко найти и числа $\Pi_i^{\min} = \min_j\{\Pi_{ij}\}$. Тогда для любого объема “прибыли” i-го субъекта Π_i^0 степень удовлетворения его интересов, т.е. относительная оценка “прибыли”, определяется числом

$$\rho_i = (\Pi_i^0 - \Pi_i^{\max})/(\Pi_i^{\min} - \Pi_i^{\max}).$$

Нетрудно видеть, что с помощью этого соотношения разные интервалы $(\Pi_i^{\min}, \Pi_i^{\max})$ преобразуются в единичный интервал (0,1).

Таким образом, числа ρ_i являются сопоставимыми для всех субъектов. Теперь достаточно включить в систему ограничений задачи m дополнительных неравенств

$$\{\rho_i < \lambda_i \rho_i\}\, i = 1,2,\ldots,m,$$

где λ_i – заданные весовые коэффициенты, чтобы компромиссный критерий оптимизации представить в виде

$$\rho \to \max .$$

Пример серии результатов частных оптимизаций приводится в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Мера удовлетворения интересов субъектов экономики в 1996 г.

		Показатели	БП	СКБ	ПСН	ВВП
отчетные значения	абс. отн.	трлн. руб. %	**626,1** **7,0**	**0,0** **0,0**	**270,3** **61,6**	**4577,5** **22,3**
комплексный критерий	абс. отн.	трлн. руб. %	**708,0** **27,7**	**160,0** **27,8**	**118,4** **24,1**	**4565,2** **21,3**
БП	абс.	трлн.руб.	***993,8***	***14,2***	***20,6***	***4309,0***
	отн.	%	***100,0***	***2,5***	***0,0***	***0,0***
СКБ	абс.	трлн.руб.	***602,3***	***575,5***	***38,1***	***4978,3***
	отн.	%	***1,0***	***100,0***	***4,3***	***55,6***
ПСН	абс.	трлн.руб.	***598,2***	***0,9***	***425,9***	***4417,2***
	отн.	%	***0,0***	***0,2***	***100,0***	***9,0***
ВВП	абс.	трлн.руб.	***738,2***	***0,0***	***185,0***	***5512,7***
	отн.	%	***35,4***	***0,0***	***40,6***	***100,0***

Здесь матрице **M** предшествуют две строки: значения частных критериев в отчетном (1996) году и их значения при комплексном критерии оптимизации. Разброс степени удовлетворения различных групп экономических субъектов в решениях по частным критериям весьма велик и составляет от 0 до 100%.

В компромиссном критерии при одинаковых значениях весовых коэффициентов эти величины сблизились и лежат в диапазоне от 21,3 до 27,8%.

4. Технология поиска решения

Выше уже говорилось, что прогнозные исследования должны проводиться в рамках сценарного подхода. При этом априорно задаются определенные версии изменений во времени некоторых важных исходных показателей, в частности, значения целевых показателей, достижимость которых нужно проверить. Совокупность подобных траекторий и образует сценарий.

Однако в рамках сценарного подхода (т.е. при определении достаточно узкого диапазона возможных значений целевых показателей) никакой модельный прогноз не может претендовать на то, что его результаты обязательно реализуются. Реальная жизнь намного богаче любых модельных построений и ни одна модель, какой бы сложной она ни была, не может учесть всевозможные (включая конъюнктурные) экономические, социальные и политические факторы. В лучшем случае макроэкономические прогнозы должны говорить о вероятности реализации того или иного события. Но, с другой стороны, ввиду сложности объекта прогнозирования и чрезвычайно большого количества влияющих факторов рассчитать вероятность реализации макроэкономического прогноза практически невозможно. Поэтому макроэкономические прогнозы, именно в рамках сценарного подхода, должны определять не “что будет, если …”, а “что возможно, если …”, т.е. они должны оценивать возможные последствия тех или иных макроэкономических решений или событий. На практике получаемые результаты должны рассматриваться в качестве целевых установок при разработке конкретных специальных социально-экономических механизмов, обеспечивающих достижение этих целей.

Поэтому практически все расчеты в МЭНЭК ведутся в детерминированной форме, а неопределенность будущих условий развития экономики описывается с помощью выбранной совокупности макроэкономических сценариев. При этом в качестве указанных сценариев обычно используются траектории целевых макроэкономических показателей, которые берутся из прогнозов развития экономики, регулярно разрабатываемых Министерством экономического развития и торговли РФ.

В рамках сценарного подхода все указанные выше целевые установки задаются в виде количественных требований (ограничений) к значениям экономических показателей, следовательно, задача сводится к поиску любого допустимого решения в пределах имеющейся системы ограничений.

При такой постановке исследований, когда требуется найти любую точку, удовлетворяющую всем ограничениям модели (в том числе и целевым), критерий соответствующей оптимизационной задачи формируется не из содержательных, а из формальных соображений. При этом заранее предполагается, что исходная система ограничений $\boldsymbol{W}$ может оказаться несовместной.

Пусть

$$W = \{p_i(x) \geq 0,\, j = 1,2,...,k, q_s(x) = 0, s = 1,2,...,r\}.$$

Поиску допустимого (опорного) решения предшествует модификация системы ограничений, идея которой в упрощённом виде может быть представлена следующим образом. В каждое из ограничений вводится вспомогательная аддитивная неотрицательная переменная, с участием которой совместность системы ограничений гарантирована, т.е. систему ограничений $\boldsymbol{W}$ преобразуем следующим образом:

$$W^{'} = \{p_i(x) + h_j u \geq 0,\, j = 1,2,...,k, q_s(x) + v_s u \geq 0, -q_s(x) + v_s u \geq 0, s = 1,2,...,r, u \geq 0\}$$

Система $W^{'}$ заведомо совместна, поскольку всегда можно подобрать такое положительное значение дополнительной переменной u, чтобы удовлетворить любое ограничение из $W^{'}$. Нахождение минимального значения этой дополнительной переменной является специальным критерием оптимизации при поиске опорного решения, т.е. на множестве $W^{'}$ необходимо найти такую оптимальную точку x^{*}, при которой вспомогательная переменная u достигает своего минимального значения u^{*}.

Опорное решение исходной системы будет существовать (система ***W*** совместна) только в том случае, если найденное минимальное значение вспомогательной переменной будет равно нулю ($u^* = 0$). Однако типичной является ситуация, когда $u^* > 0$. При отсутствии допустимых решений необходимо найти минимальные отступления от заданной траектории одного или нескольких целевых показателей.

В этом случае составляется таблица, в которой все нарушенные ограничения и их относительные невязки упорядочены в порядке убывания последних. Ограничение-неравенство $p_j(x) \geq 0$ считается нарушенным, если $p_j(x^*) < 0$, а величина $\delta_j = | p_j(x^*) | / h_j$ является относительной невязкой. Ограничение-равенство $q_s(x) = 0$ из ***W*** нарушено, если $| q_s(x) | \neq 0$, тогда $\delta_s = | q_s(x^*) | / v_s$. Работа исследователя с этой таблицей является центральным моментом рассматриваемой технологии формирования допустимого решения.

Сосредоточивая внимание на тех ограничениях, в которых нарушения оказались максимальными, исследователь ослабляет соответствующие требования, стремясь в минимальной степени отойти от целевых установок. Поэтому, как правило, ему не удается сразу устранить все невязки полученного решения. Однако после ослабления некоторых ограничений из ***W*** повторное решение преобразованной задачи порождает “облегченную” систему невязок и т.д. Итерации продолжаются до тех пор, пока путем балансирования отступлений от целевых установок не будет сформировано допустимое решение. Очевидно, что подобная технология предъявляет достаточно высокие требования к квалификации исследователя как с точки зрения сущности моделируемых экономических процессов, так и специфики макроэкономического моделирования.

Таким образом, формальный поиск оптимального решения заменяется эвристически задаваемой последовательностью “уступок” относительно первоначально принятых жёстких ограничений, определяющих “желаемую” экономику. В ходе уступок упомянутый выше минимаксный подход сохраняется, хотя и в неявной форме. Именно эта технология прогнозных исследований используется в большинстве исследований на МЭНЭК.

5. Комплекс вспомогательных моделей информационного обеспечения

Формирование исходной информации для расчетов, т.е. начальной точки прогнозной траектории, является достаточно сложной задачей. Значения параметров должны адекватно отражать сложившуюся экономическую ситуацию в стране.

Наиболее ценным, с этой точки зрения, источником информации служат официальные данные, публикуемые Госкомстатом РФ, поскольку государство принимает на себя ответственность за их достоверность. Издания Госкомстата РФ регулярны, общедоступны; информация, отражаемая в них, охватывает различные аспекты экономической жизни; строгое определение содержания всех основных показателей и методика их расчета публикуются в отдельных сборниках. Тем не менее эти данные обладают серьезными недостатками: они неполны, недостаточно достоверны и сопоставимы.

Неполнота проявляется, прежде всего, в межотраслевом и “межпродуктовом” разрезе: отсутствуют данные об агрегированной продуктовой структуре экспорта и импорта, возрастной структуре производственного оборудования, отраслевой технологической структуре капитальных ремонтов и т.д. Наиболее остро ощущается недостаток в межотраслевом балансе производства и распределения товаров и услуг (МОБ), точнее, 3–4-летнее запаздывание его публикации.

Недостоверность информации, представляемой Госкомстатом РФ, объясняется рядом обстоятельств: неполным охватом хозяйствующих субъектов экономики отчетностью (лишь крупные и средние предприятия); сознательным искажением информации субъектами, которое производится с целью уменьшения налоговых платежей. Госкомстат РФ пытается компенсировать эти недостатки, но достоверность соответствующих оценок невысока. К потери достоверности приводят и чисто методические проблемы, связанные со сложностями при агрегировании неоднородных показателей, например, при расчете среднего по стране индекса цен производителя в многопродуктовых отраслях, в частности, в машиностроении, химии, пищевой и легкой промышленности.

Несопоставимость данных происходит по двум причинам. Главной из них является постоянное стремление улучшать методическую базу исчисления различных показателей в связи с фундаментальными изменениями основ хозяйственной деятельности в стране в последнее десятилетие и адаптацией российской статистики к принятой в международной практике системе учета и статистики. В результате методического совершенствования отчетности возникают либо разрывы в ретроспективных временных рядах, либо коррекция ранее опубликованных данных. Другая причина, вероятно, чисто организационная: в некоторых случаях наблюдается несопоставимость состава показателей, формируемых различными подразделениями Госкомстата РФ, например, номенклатура товаров, по которым публикуются объемы выпусков, не совпадает с номенклатурой, по которой представлены индексы цен; ни та, ни другая не совпадают с набором товаров, по которым представлена загрузка мощностей.

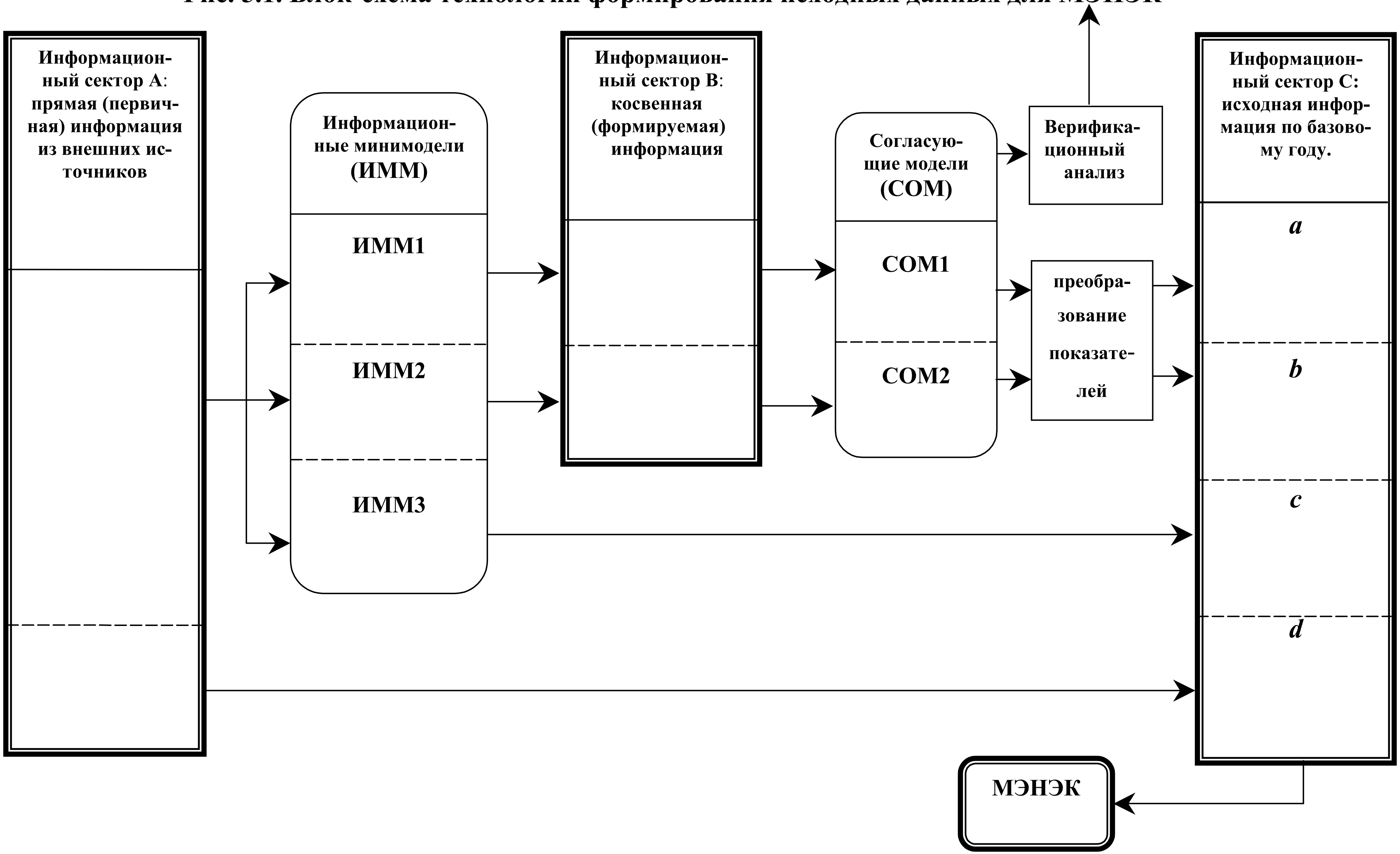
Кроме Госкомстата РФ существуют и другие источники информации: информация государственных органов исполнительной власти (отраслевых и территориальных), данные разнообразных аналитических центров и консалтинговых фирм, не имеющих статуса государственных органов, публикации специалистов-аналитиков, исследования и консультации научных и отраслевых институтов, а также предметных специалистов. Но в отличие от Госкомстата РФ их публикации нерегулярны, некомплексны. Довольно часто они содержат взаимно противоречивые оценки.

Таким образом, исследователь, работающий с макроэкономической моделью, постоянно сталкивается с проблемой оснащения ее корректным набором исходных данных. Прежде всего, она определяется тем, что из имеющихся источников нельзя получить полную информацию, а имеющаяся информация нуждается в корректировке. Но и при наличии “идеальной” государственной статистической отчетности решение задачи идентификации модели неизбежно сталкивалось бы с проблемами. Существует большое разнообразие возможных структур макроэкономических моделей (МЭМ), учитывающих разный набор экономических факторов с разной степенью подробности их описания, определяемой целями исследования. В результате практически каждая МЭМ, используя в качестве информационной основы статистические источники, нуждается в доопределении одних показателей и дезагрегировании других. Предвидеть и удовлетворить подобные спонтанно возникающие потребности вряд ли возможно в рамках регламентированной статистической отчетности.

Итак, перед исследователем, регулярно использующим модель для прогноза, как минимум, ежегодно встает сложная задача обновления начальной точки траектории расчетов. Мы решаем этот вопрос при помощи технологии, блок-схема которой представлена на рис. 5.1. В ее основе лежит последовательное преобразование информационных массивов от первичной информации (информации из внешних источников), фиксируемой в секторе *A*, к косвенной (самостоятельно формируемой), сектор *B*, и, наконец, к исходной (подаваемой на вход модели), сектор *C*. Само преобразование производится с помощью двух групп вспомогательных инструментов – информационных минимоделей (ИММ) и согласующих моделей (СОМ).

Опишем подробнее содержание информационных секторов. *Сектор A* содержит всю используемую в дальнейшем информацию из различных источников. Главным классификационным признаком здесь выбрана принадлежность показателя не определенному экономическому аспекту, а первичному источнику его публикации. В различных источниках, в том числе и Госкомстатовских, даже тематически однородные показатели оцениваются по разным методическим принципам. В *сектор B* попадает информация, сформированная нами самостоятельно. В процессе создания недостающей информации используются различные допущения, гипотезы, осуществляется понятийное согласование между терминами отчетности и модели (т.е. определяется алгоритм перехода от одних терминов к другим). Этот сектор поделен на четыре раздела: макроэкономические данные, продукты, отрасли, матрицы. Данные из сектора В не могут подаваться на вход модели, поскольку они создавались на основе несогласованных данных, различных гипотез, поэтому и соответствующие результаты оказываются недостаточно сбалансированными. Для устранения этого недостатка и служат согласующие модели (СОМ). Результатом их работы, после незначительных преобразований (например, пересчет объемных показателей в удельные), являются исходные данные для модели, которые фиксируются в *секторе C*.

Рис. 5.1. Блок-схема технологии формирования исходных данных для МЭНЭК



Конкретная структура этой технологии основана на учете того факта, что взаимная обусловленность численных значений показателей сектора C резко неравномерна. Одни группы показателей имеют достаточно сильные взаимные связи, а другие – относительно слабые. Для исходных данных МЭНЭК характерны две группы показателей с сильными связями: группа a, которая определяет состояние межпродуктового баланса, и группа b, которая определяет состояние финансовых балансов рассматриваемых в МЭНЭК экономических субъектов. Остальные две группы показателей можно считать практически независимыми. При этом значения показателей группы c формируются на основе косвенной информации, а, следовательно, с помощью совокупности относительно независимых минимоделей, объединенных в группу ИММ3. Значения показателей группы d заимствуются непосредственно из первичной информации. Тесная обусловленность показателей групп a и b определяет необходимость в использовании согласующих моделей (СОМ1 и СОМ2), а также качественно отличных от ИММ3 минимоделей ИММ1 и ИММ2. Опишем более подробно ИММ1 и СОМ1, связанные с формированием межотраслевого баланса.

Как упоминалось выше, публикация отчетного МОБ происходит с задержкой в 3–4 года. Следовательно, необходимо все численные показатели привести к уровню базового года, т.е. провести корректировку показателей (КП) Также следует провести и структурное преобразование (СП) отчетного МОБ, связанное с приведением терминов статистической отчетности к терминам модели. Эти задачи и решает ИММ1. В общем виде алгоритм корректировки показателей можно представить формулой

$$x_{ij}^{\ t} = x_{ij}^{\ t-k} \Pi_{s=1}^{\ k} (v_{ij}^{\ t-k+s} c_i^{\ t-k+s}) \ ,$$

где $x_{ij}^{\ t-k}$ – элемент i-й строки и j-го столбца последнего отчетного МОБ, $v_{ij}^{\ q}$ – индекс физического объема элемента x_{ij} в году q, $c_i^{\ q}$ – индекс *среднегодовых* цен i-го продукта, здесь $q=t–k+s$.

В основу этого алгоритма положены несколько допущений, в частности, весьма медленное изменение во времени доли импортных продуктов во всех направлениях их потребления; равномерное изменение цен продуктов в течение года и др.

Структурные преобразования касались следующих аспектов: перенос выпусков и соответствующих объемов промежуточного потребления, связанных с трубопроводным транспортом, из отрасли "услуги транспорта и связи" в отрасли "нефтяная промышленность" и "газовая промышленность", углубление дифференциации энергетической продукции, например, вместо продукции нефтеперерабатывающей промышленности введены нефть, моторные топлива, мазут и прочие нефтепродукты; переход к немонопродуктовым энергетическим отраслям; пренебрежение рядом несущественных факторов и др. Последним этапом СП является в основном эвристическое доопределение полученных оценок всех показателей преобразованного МОБ диапазонами их возможных значений. Формирование этих диапазонов производится с учетом тех допущений, которые использовались при расчете каждого показателя.

Следующий после работы ИММ этап получения данных – работа СОМ. Ее задача – обеспечить согласованность полученных данных. Она требует, во-первых, выполнения всех балансовых соотношений; т.е. приход должен быть равен расходу, а, во-вторых, практически для всех столбцов МОБ равенства суммы его элементов соответствующему отчетному значению. Если подставить в эти соотношения найденные на предыдущем этапе значения параметров (сектор *B*), то с очень высокой вероятностью будут получены дисбалансы. Но с помощью соответствующей задачи линейного программирования (ЛП) в рамках заданных диапазонов каждого из показателей можно найти такие минимальные поправки к этим значениям, которые обеспечат выполнение заданных условий. Однако при неадекватном задании диапазонов задача ЛП может оказаться несовместной. Дальнейшая работа будет заключаться в том, чтобы пойти "навстречу требованиям решения" и, руководствуясь содержательным смыслом, расширять некоторые диапазоны, пока не будет найдено решение. Подобная постановка предполагает концентрацию внимания исследователя не столько на определении "истинного" значения параметра, что сделать весьма сложно, сколько на "адекватной" оценке вероятного диапазона его значений.

Теперь более подробно о СОМ1. Она содержит матричную запись относительно 23 продуктов (строки) и 65 составляющих (столбцы) приходной и расходной частей продуктовых балансов: объем производства (для каждого из производителей) + импорт + косвенные налоги (по видам) = промежуточное потребление (для каждого из производителей) + валовое накопление основного капитала (для каждого из производителей) + конечное потребление домашних хозяйств + конечное потребление государственных учреждений + экспорт + изменение запасов. Кроме того, СОМ1 требует выполнения еще ряда соотношений типа "сумма частей равна целому". Во-первых, относительно большинства столбцовых элементов матрицы балансов, сумма которых приравнивается к соответствующим отчетным значениям. Во-вторых, относительно 11 дополнительных соотношений, например, контроль суммарного выпуска, суммарного промежуточного потребления, суммарного объема валового накопления основного капитала, сальдо внешней торговли, выпуска промышленности и др. Правые части всех столбцовых и дополнительных уравнений, которые должны соответствовать отчетным значениям базового года, в СОМ1 рассматриваются как независимые переменные. Этим переменным разрешено варьироваться в задаваемых исследователем относительно небольших диапазонах. Таким образом, в полученных решениях контролируемые суммарные значения могут несколько отличаться от соответствующих отчетных величин. С получением решения этой системы, после ряда простых дополнительных преобразований будет определена значительная часть исходных данных для МЭНЭК: коэффициенты матриц удельных выпусков, промежуточного потребления, валового накопления основного капитала, ставки косвенных налогов и др.

Действуя в рамках предложенной технологии, можно получить всю необходимую для МЭНЭК исходную информацию.

Рассмотренная процедура формирования полного и взаимосогласованного набора исходных данных для МЭМ позволяет провести верификационный анализ. Дело в том, что в рамках процедуры согласования используется тот достаточно представительный набор отчетных значений макроэкономических показателей, с помощью которого проводится «малая» верификация модели («малая» верификация предназначена для оценки адекватности модели и ее информационного наполнения по оценкам только базового года). Однако достижение взаимосогласованности параметров и переменных модели может быть достигнуто лишь ценой некоторых отступлений этих макроэкономических характеристик от их отчетных значений. Эти отступления могут быть вызваны совокупностью следующих причин:

- принятыми в модели алгоритмами расчета выходных показателей;
- влиянием допущений, использованных при формировании косвенной информации;
- недостаточной взаимосогласованностью самих отчетных данных.

Оценка вынужденных отступлений от отчетных значений основных отраслевых и макроэкономических показателей и является содержанием верификационного анализа.

6. Математико-алгоритмические аспекты исследований

Метод полилинейного программирования

Рассмотрим основную идею метода полилинейного программирования, разработанного в ИНЭИ РАН [4]. Особенностью математической формулировки МЭНЭК является полилинейный характер ее ограничений, когда искомые переменные в составе слагаемых встречаются в виде произведений друг на друга. Например, величина акцизного сбора при продаже некоторого продукта зависит от объема его производства, индекса соответствующей цены и ставки акциза. Более строго, если левая часть ограничения является полилинейной функцией, то она представляет собой полином, в котором в каждом мономе все переменные имеют степень 1 или 0. Будем называть задачей полилинейного программирования (ПП) поиск экстремума полилинейной функции на непустом ограниченном множестве, заданном совокупностью полилинейных неравенств и уравнений, а также параллелепипедными ограничениями на переменные задачи.

Строгая постановка задачи ПП следующая.

ПП:

$$C(x) = C(x_1, ..., x_M) \to \max, x \ge 0, x \in D,$$

где область D задана двумя группами ограничений:

неравенствами:

$$y_j = p_j(x_1, ..., x_M) \ge 0, \ j = 1, ..., N,$$

и равенствами:

$$p_{N+k}(x_1,...,x_M)=0,\ k=1,...,L.$$

Здесь $C(x)$ и $p_q(x)$ – полилинейные функции,

$\{x_j \mid j=1,...,M\}$ – независимые переменные задачи ПП,

$\{y_j \mid j=1,...,M\}$ – зависимые переменные задачи ПП.

Имеются также диапазонные ограничения на переменные:

$\{x_i^{\text{нг}} \le x_i \le x_i^{\text{вг}}\}$, $i = 1,\ldots, M,\ldots, M+N$,

набор этих ограничений задает параллелепипед P в R^M.

Для решения задачи ПП используется обобщенный метод релаксаций (ОМР). ОМР работает в случае, если произведено разбиение всего множества переменных на подмножества, на которых исходная задача ПП приводится к задаче линейного программирования (ЛП).

Остановимся подробнее на задаче формирования подходящих разбиений множества переменных задачи ПП. Соответствующий анализ начнем с конкретизации сформулированных выше требований к способу разбиения множества переменных.

а) Корректное разбиение множества G предполагает, что каждая переменная задачи ПП содержится хотя бы в одном подмножестве G_i.

б) Возможность представления задачи ПП в виде совокупности задач ЛП обеспечивается в том случае, если каждый одночлен любого многочлена, задающего условия задачи ПП, будет содержать не более одной переменной из любого подмножества G_i.

Нетривиальность задач ЛП обеспечивается выполнением еще двух условий. Предварительно введем обозначения: G_c – подмножество переменных, от которых зависит целевая функция $C(x)$, G_r – подмножество переменных, которые входят в состав всех ограничений-равенств задачи ПП.

в) Целевая функция любой задачи ЛП не окажется константой, если любое подмножество G_i будет содержать хотя бы одну переменную из G_c.

г) Размерность любой задачи ЛП окажется положительной, если каждое подмножество G_i будет содержать не менее s+1 (rank+1) переменных из G_r.

Непротиворечивость и ограниченность области допустимых значений любой задачи ЛП определяется условиями задачи ПП и не зависит от способа разбиения множества G.

Предположим, что существует алгоритм способный порождать ряд разбиений множества G, удовлетворяющих условиям а) и б). При этом варианты формируемых этим алгоритмом подмножеств G_i будут проверяться на соответствие требованиям в) и г). Оба последних требования окажутся тривиальными и не повлияют на выбор разбиения, если $G_c = G$ и s=0. При положительном s наиболее благоприятной является ситуация, когда $G_r = G$. Результатом работы подобного алгоритма может оказаться вывод о невозможности построения требуемого разбиения для рассматриваемой задачи ПП, либо наличие нескольких возможных разбиений. В первом случае использование нашего метода для решения данной задачи ПП оказывается невозможным, а во втором случае предпочтительным является разбиение с наименьшим количеством подмножеств (k), поскольку при этом минимизируется число шагов в процессе поиска решения задачи ПП. Подобному подходу не противоречит стремление вводить в каждое подмножество максимально возможное количество переменных, что создает самые благоприятные предпосылки для удовлетворения требованиям в) и г). Таким образом, целесообразно иметь алгоритм, который либо формирует все допустимые подмножества G_i и выделяет среди них минимальный набор, либо фиксирует невозможность построения удовлетворительного разбиения. Для простоты изложения рассмотрим алгоритм, формирующий минимальный набор подмножеств G_i, поскольку построение полного набора связано со вполне очевидной его модификацией.

Введем в множестве разбиений частичную упорядоченность. Скажем, что $G \prec G'$, если G' получается измельчением G (т.е. все подмножества разбиения G содержатся в G') и $G \neq G'$.

Назовем разбиение минимальным, если оно является минимальным элементом для этого частичного порядка. Минимальных элементов для одной задачи ПП может быть несколько. Назовем разбиение множества G максимальным, если каждое подмножество G_i содержит ровно одну переменную. Максимальное разбиение можно построить для любой задачи ПП, не обладающей ограничениями равенствами. Максимальное разбиение является максимальным элементом для введенного частичного порядка.

Так как при решении задачи ПП целесообразно максимально укрупнять группы переменных для частных задач ЛП, то интерес представляют минимальные разбиения. После построения одного минимального разбиения множества G на подмножества G_i следует приступить к формированию всех возможных минимальных разбиений. Построим алгоритмическую схему этого процесса индукцией по количеству минимальных разбиений.

Перед обсуждением подобного алгоритма следует заметить, что в реальных задачах искомое разбиение может иметь содержательный смысл, и тогда формирование его не вызывает затруднений. Теперь предположим, что содержательные соображения по разбиению G отсутствуют.

Алгоритм построения всех минимальных разбиений задачи ПП.
Шаг 1. Построение первого минимального разбиения.

Рассмотрим матрицу $H=\{h_{u,v}\}$, где $h_{i,j}\in\{0,1\}$ − степень *i*-й переменной из G в *j*-м одночлене из *Mon*, а *Mon* − множество всех неоднородных одночленов степени выше первой в многочленах условий задачи ПП.

Используя матрицу H, сформируем G_1. С этой целью для первого вектор-столбца h^1 матрицы H найдем “дополнительный” вектор из числа остальных ближайших вектор-столбцов с номерами 2, 3,..., *n*. Будем считать вектор h^m *дополнительным* к вектору h^1, если для любой *j*-й строки матрицы H выполняется условие $h_j^1+h_j^m\le 1$, т.е. $(h^1,h^m)=0$. Если такой вектор найден (пусть это будет h^m), то сложим эти вектора, образовав *комбинированный* вектор $h^{1,m}=h^1+h^m$. Продолжим эту процедуру по отношению к $h^{1,m}$, перебирая “правые” вектор-столбцы с номерами $i = m+1,\ m+2,..., n$. Процедура закончится, когда для очередного комбинированного вектора $h^{1,m,...,t}$ среди вектор-столбцов с номерами $t+1,\ t+2,..., n$ не найдется ни одного дополнительного к нему вектора. В этом случае искомое подмножество G_1 есть $\{x_1,x_m,...,x_t\}$, причем $G_1\subset G$, поскольку, по определению, каждая строка H содержит не менее двух единичных элементов. В то же время, если дополнительный вектор к h^1 не существует, то $G_1=\{x_1\}$.

После формирования любого подмножества G_i , $i=1,2,...$ выполняется завершающий этап рабочего шага процедуры, в частности:

■ если множество $G_i\cap G_c$ пусто, то требование в) нарушено и удовлетворительное разбиение G невозможно (это означает, что исходная полиномиальная задача не является задачей ПП);

■ если множество $G_i\cap G_r$ содержит меньше, чем $s+t$ переменных, то требование г) нарушено и удовлетворительное разбиение G невозможно;

■ если $\bigcup_{z=1}^{i} G_i=G$, то минимальное разбиение построено.

В противном случае осуществляется переход к следующему шагу алгоритма, в рамках которого формируется подмножество G_{i+1} на подмножестве H_i , содержащем столбцы с номерами $i+1,\ i+2,\ ...,\ n$.

Требуемое минимальное разбиение построено.

Шаг s. Алгоритм построения s+1-го минимального разбиения на основе s ранее построенных.

Здесь надо последовательно проверить все элементы x_j, $j = 1,..., n$ на наличие дополнительного вектора h^k для $x_k \notin G_1^1 \bigcup \; ... \bigcup \; G_1^S$, где G_1^r – множество r-го минимального разбиения, содержащее x_j, $r = 1,..., s$. Как только будет обнаружен такой дополнительный вектор h^k к вектору h^j, следует повторить алгоритм построения минимального разбиения, достроив пару $\{h^j$, $h^k\}$ до множества G_1^{s+1} $s+1$-го разбиения и т.д. Если же после полного перебора всех элементов x_j такой пары не возникло, это означает, что новых минимальных разбиений нет.

Опишем далее алгоритм решения задачи ПП обобщенным методом релаксаций (ОМР). Пусть выполнены следующие условия.

■ Существует такое разбиение множества переменных задачи ПП $G = \bigcup_{i=1}^{k} G_i$, что при фиксации значений всех переменных из любых k–1 подмножеств G_i задача ПП почти всюду превращается в нетривиальную задачу линейного программирования (ЛП). Задачу ЛП назовем *нетривиальной*, если ее целевая функция не является константой, а область допустимых значений непуста, ограничена и обладает положительной размерностью.

■ Задана некоторая точка x^0, удовлетворяющая всем ограничениям задачи ПП.

Рассматриваемый ОМР является итеративным, причем каждая итерация включает в себя k однотипных рабочих шагов. На каждом λ-м шаге μ-й итерации из вектора $x^{\lambda-1,\mu}$ формируется вектор $x^{\lambda,\mu}$ и соответствующее ему значение целевой функции $C(x^{\lambda,\mu})$ следующим образом.

1. Положим $x_i^{\lambda,\mu} = x_i^{\lambda-1,\mu} \quad \forall i \notin G_\lambda$. Подставим полученный таким образом подвектор $x^{\lambda,\mu}$ во все условия задачи ПП. В силу принятых допущений получим нетривиальную задачу $ЛП^{\lambda,\mu}$ относительно переменных из G_λ.

2. В качестве подвектора $\{x_i^{\lambda,\mu}\}\forall i \in G_\lambda$ примем оптимальное решение задачи $ЛП^{\lambda,\mu}$, а оптимальное значение ее целевой функции есть $C(x^{\lambda,\mu}) \ge C(x^{\lambda-1,\mu})$.

Вектор $x^{\lambda,\mu}$ является допустимым для задачи ПП, поскольку оптимальное решение задачи $ЛП^{\lambda,\mu}$ является и допустимым ее решением. В алгоритме принято, что $x^{0,1} = x^0$, а $(k+1,\mu) = (1,\mu+1)$.

Из описания алгоритма следует, что на последовательности рабочих шагов целевая функция $C(x)$ не может ухудшаться. Вместе с тем возрастание её модуля не может быть бесконечным, поскольку функция $C(x)$ непрерывна, а множество D ограничено. Будем считать процесс вычислений законченным, когда на k последних шагах значение $C(x)$ окажется постоянным.

Заметим, что точка остановки ОМР (как и промежуточные оптимальные точки) лежат на гиперповерхности, являющейся границей множества допустимых решений D. В общем случае точка останова ОМР дает локальный экстремум не на всем допустимом множестве, а на некотором его подмножестве.

Напомним формулировку утверждения 1 из [4]. Пусть в оптимальном базисе $ЛП^{\lambda,\mu}$ оказались подвекторы $x^{\lambda'}$ и $\{y_q \mid q \in O^{\lambda}\}$. Напомним, что в исходном базисе $y_q = p_q(x)$.

Предположим, что μ^* – номер последней итерации описанного процесса. Дополним исходную задачу ПП системой линейных ограничений $\{y_q^{\lambda,\mu^*} = p_q^{\lambda,\mu^*}(x^{\lambda}) \geq 0\}$, где у полилинейных функций $p_q(x)$ фиксированы переменные всех фаз кроме λ-фазы. В результате получим множество

$$Q = \{y_q^{\lambda,\mu^*} = p_q^{\lambda,\mu^*}(x^{\lambda}) \geq 0 \mid q \in O^{\lambda}, \lambda = 1,...,k\} \bigcap D.$$

Пусть на всех k фазах последней итерации ОМР все коэффициенты целевой функции в матрицах оптимального решения соответствующих задач ЛП отрицательны. Тогда в найденной точке x^0 достигается строгий локальный максимум на множестве $Q \subset D$.

В утверждении 2 из [4] сформулированы также и достаточные условия достижения локального экстремума задачи ПП, основанные на классификации типов мономов, входящих в полилинейные функции ограничений и критерия и анализе знаков их коэффициентов.

Приведем пример, когда ОМР в качестве точки останова выдает искомый экстремум.

Пример 1. Задача ПП:

$$x_7 = x_1x_2 - 2x_3x_4 + 3x_5x_6 - 4x_1 + 3 \geq 0,$$
$$x_8 = -2x_1x_2 + 3x_3x_4 - 4x_5x_6 + 5x_2 - 1 \geq 0,$$
$$x_9 = 3x_1x_2 - 4x_3x_4 + 5x_5x_6 - 6x_3 + 3 \geq 0,$$
$$x_{10} = -4x_1x_2 + 5x_3x_4 - 6x_5x_6 + 7x_4 - 1 \geq 0,$$
$$x_{10+i} = -x_i + 2 \geq 0,\ x_i \geq 0,\ i = 1,...,6,$$
$$C(x) = x_1x_2 - x_3x_4 + x_5x_6 + x_4 - x_5 - x_6.$$

Для этой задачи способ разбиения множества G и выбор начального вектора x^0 очевиден:

$$G_1 = \{x_1, x_3, x_5\}, G_2 = \{x_2, x_4, x_6\},\ x^0 = (1,...,1), C(x^0) = 0.$$

Точкой останова ОМР является $x^0 = (1.5, 2, 0, 2, 0, 0)$. Сформулированные в [4] достаточные условия достижения экстремума в точке останова ОМР выполняются в точке x^0 для рассматриваемой задачи ПП. Таким образом, в точке x^0 достигается максимальное значение целевой функции $C(x^0) = 5$.

Преимуществами ОМР являются следующие.

Возможность сведения нелинейной невыпуклой задачи большой размерности к серии задач ЛП средней размерности. Даже при очень большом общем количестве переменных задача ЛП каждой частной фазы может быть не очень велика.

Нелокальность метода, в отличие от известных методов гладкой оптимизации, так как ОМР оперирует с задачами ЛП на подмножествах, являющихся линейными сечениями всей допустимой области задачи ПП.

Недостатком ОМР является следующее.

Возможность останова ОМР в точке, которая не является экстремумом.

Рассмотрим подробнее точки останова ОМР. Множеством начальных точек задачи ПП является ее допустимая область D, а полное множество точек останова ОМР обозначим через X^0. Таким образом, алгоритм ОМР задает отображение из D в X^0. Нетрудно видеть, что X^0 совпадает с так называемым паретовым множеством. Соответствие между D и X^0 иллюстрируется следующим элементарным примером.

Пример 2. Задача ПП:

$$c(x) = \prod_{i=1}^{n} x_i,$$

$$D = \sum_{i=1}^{n} x_i \le R,\ 0 \le x_i \le 1.$$

Непосредственно проверяется, что

$$X^0 = \sum_{i=1}^{n} x_i = R,\ 0 \le x_i.$$

Для развязывания ситуаций останова в паретовых точках предусмотрено наряду с ОМР использовать ***модифицированный градиентный метод.*** Такой подход позволяет анализировать точку останова ОМР и либо идентифицировать наличие локального экстремума в этой точке, либо, в случае паретовой точки, уйти из нее с дальнейшим улучшением критерия**.** Здесь возможно применение двух известных модификаций классического градиентного метода [7].

Метод условного градиента, основанный на локальной линейной аппроксимации полилинейных функций задачи ПП в точке останова ОМР. Из задачи ПП при этом получается задача ЛП. Путем решения этой задачи ЛП получается новая точка, в которой затем запускается ОМР. Поскольку линейная аппроксимация эффективна в достаточно малой окрестности точки, эту процедуру необходимо дополнить методом половинного деления (последовательным сужением диапазонов переменных в задаче ЛП), и, таким образом, вести поиск точки наибольшего улучшения целевой функции.

Метод возможных направлений, основанный на поиске направления улучшения целевой функции путем анализа как ее градиента, так и градиентов ограничений, являющихся активными в точке останова ОМР, т.е. вышедших на свою границу (как правило, это ноль для ограничений).

Ситуация, когда какой-либо из двух вышеупомянутых методов не позволяет улучшить критерий в точке останова ОМР, является “подозрительной” на локальный экстремум задачи ПП.

Поиск допустимого решения задачи ПП.

Пусть найдено допустимое разбиение множества переменных G. Тогда для начала решения основной задачи ПП необходимо иметь любую точку из множества D. Остановимся подробнее на процессе поиска допустимого решения, упомянутого в п.4. В некоторых случаях, как в примере 1, выбор такой точки очевиден или она известна из содержательных соображений. Если это не так, то следует использовать специальный алгоритм, который позволит либо вычислить искомую точку, либо установить противоречивость условий задачи ПП.

Рассмотрим один из возможных подходов к построению подобного алгоритма. Модифицируем исходную задачу ПП следующим образом. Каждому *j*-му ограничению-неравенству $l_j = f_j(x_1,...,x_n) + b_j \geq 0$ поставим в соответствие неравенство $l_j^{'} = l_j + d_j z \geq 0$, где z – дополнительная безразмерная переменная, причем $z \geq 0$, а d_j – максимум по всем фазам максимумов линейных форм на параллелепипеде P диапазонных ограничений на переменные. Для каждой фазы λ вычисляется результат подстановки в линейную форму $l_j^{\lambda} = \sum\limits_{x_j^{\lambda} \in G^{\lambda}} a_j^{\lambda} x_j^{\lambda} + b_j^{\lambda}$ верхних границ для переменных из G_{λ} с положительными коэффициентами и нижних границ для всех с отрицательными:

$$\max l^{\lambda} = \sum_{x_j^{\lambda} \in G^{\lambda}} a_j^{\lambda} \{\text{если}\, a_j^{\lambda} \geq 0,\, \text{то}\, x_j^{\lambda,\text{вг}},\, \text{иначе}\, x_j^{\lambda,\text{нг}}\} + b_j^{\lambda}.$$

После чего берется максимум по λ: $d_j = \max_{\lambda} \max l^{\lambda}$. В результате подобного выбора d_j размерность выражений $l_j^{'}$ и l_j окажется одной и той же.

Каждому *u*-му ограничению-равенству $l_u = f_u(x_1,...,x_n) + b_u = 0$ поставим в соответствие пару неравенств: $l_u^{'} = l_u + d_u z \geq 0$ и $l_u^{''} = l_u + d_u z \geq 0$. Совершенно очевидно, что введение не ограниченной сверху дополнительной переменной z гарантирует совместность всех ограничений модифицированной задачи ПП. Обозначим множество ее допустимых значений через $D^{'}$. Найдем минимальное значение $z = z^0$ на множестве D', используя в качестве начальной точки единичный вектор.

Нетрудно видеть, что если $z^0 > 0$, то исходная задача ПП противоречива, если же $z^0 = 0$, то ограничения исходной задачи совместны, а найденные оптимальные значения всех переменных являются ее допустимой точкой.

Положительное значение z^0 можно рассматривать как меру несовместности системы ограничений задачи ПП. Если же эта система непротиворечива, то было бы удобно получить меру непротиворечивости в виде модуля отрицательного значения z^0. Однако для рассмотренного алгоритма ограничения-равенства не позволят величине z принять отрицательные значения. Чтобы избавиться от этого недостатка, можно использовать следующую модификацию алгоритма. Только для ограничений-равенств вместо дополнительной переменной z введем прежним образом еще одну дополнительную переменную v. В этом случае поиск допустимого решения должен проводиться в два этапа. Сначала происходит минимизация переменной v при $z = 0$ и далее, если $v^0 = 0$, то ищется минимум z при $v = 0$. Тогда для непротиворечивой системы ограничений почти всегда имеем $z^0 < 0$.

7. Особенности программной реализации

Программная реализация МЭНЭК построена на создании универсальной информационно-вычислительной среды, позволяющей генерировать различные классы моделей по стратифицированным описаниям в виде текстовых файлов без какого-либо перепрограммирования. Первоначально такой подход был использован в системе МИНКОС, реализованной на мини-ЭВМ VAX под операционной системой VMS [8], и затем успешно применен при разработке системы МЭНЭК. Реализация алгоритма ОМР основана на непроцедурном подходе к представлению задачи ПП. Условия задачи описывают две таблицы:

таблица *HM* шкал мономов, где строками являются номера мономов, столбцами – номера переменных, а элементами – степени $\{0,1\}$ вхождения переменной в моном;

таблица *SM* коэффициентов при мономах в ограничениях, где строками являются номера ограничений, столбцами – номера мономов, а элементами – коэффициенты при мономах.

Такой подход позволяет легко модифицировать, в случае необходимости, условия задачи ПП без какого-либо перепрограммирования.

Линейная оптимизация производится посредством симплекс-метода оригинальной разработки [5]. Этот симплекс-алгоритм производит предварительный анализ при поиске опорного решения перед каждым элементарным шагом (преобразованием жорданового исключения), что обеспечивает высокую точность решения задачи ЛП и способствует предотвращению накопления ошибок округления при итерациях. В качестве решающего правила при поиске оптимального решения используется максимум приращения целевой функции (решающее правило Jeroslow).

Алгоритм решения задачи ПП реализован на языке VISUAL BASIC, версия 6, под операционной системой WINDOWS 2000. Основной программный модуль генерирует матрицы задачи ЛП, запускает процедуру линейной оптимизации и выдает значения переменных задачи ЛП. Программное исполнение алгоритма сопровождается протоколом, помещаемым в текстовый файл специального вида.

Параметры задачи ПП для обсуждаемой версии модели МЭНЭК следующие: число линейных фаз $k = 6$, общее количество независимых переменных составляет 845, а количество ограничений – 435.

Литература

1. *Макаров А.А., Шапот Д.В., Лукацкий А.М., Малахов В.А.* Инструментальные средства для количественного исследования взаимосвязей энергетики и экономики // Экономика и математические методы. 2002. Т. 38. № 1. С. 45–56.

2. *Макаров А.А., Шапот Д.В.* Энергетика как движущая сила экономики // Известия РАН. Энергетика. 1995. № 6. С. 24–31.

3. *Шапот Д.В., Беленький В.З., Лукацкий А.М.* Методы исследования взаимосвязей экономики и энергетики // Известия РАН. Энергетика. 1995. № 6. С. 13–23.

4. *Шапот Д.В., Лукацкий А.М.* Методы решения задач полилинейного программирования // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2001. Т. 41. № 5. С. 680–691.

5. *Шапот Д.В., Лукацкий А.М.* Конструктивный алгоритм построения ортогональных проекций многогранных множеств // Оптимизация, управление, интеллект. 1995. № 1. С. 77–91.

6. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. – М.: Наука, 1984. 291 с.

7. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. Глава 8. Методы оптимизации. – М: Наука, 1980. С. 376–421.

8. *Шапот Д.В., Лукацкий А.М., Герасимов Н.А.* Модельно-информационный комплекс специалиста в области управления сложными системами (на примере топливно-энергетического комплекса страны). – М.: Институт энергетических исследований РАН, 1991. 81 с.

Оглавление

Препринт WP2/2003/01
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Лукацкий Александр Михайлович
Малахов Владимир Александрович
Федорова Галина Владимировна

Информационно-аналитическая система исследования взаимосвязей энергетики и экономики

Публикуется в авторской редакции
Оформление серии *А.М. Павлов*
Корректор *Е.Е. Андреева*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.
Формат 60×84 $^1/_{16}$. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд.л. 2,09.
Усл.печ.л. 1,63.
Заказ №7. Изд. №279.
ГУ ВШЭ. 117312, Москва, ул. Вавилова, 7 а
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3

Препринты ГУ ВШЭ

Серия WP2 “Количественный анализ в экономике”

http://stat.hse.ru

2002

Деев Г.И., Родительская Е.В. Оценка ошибок исчисления индексов внешней торговли с использованием методов статистического моделирования: Препринт WP2/2002/05. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 24 с.

Суворов Н.В. Макроэкономическое моделирование технологических изменений (теоретические, прикладные и инструментальные вопросы): Препринт WP2/2002/04. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 80 с.

Ершов Э.Б. Теория клювов и межотраслевое моделирование: Препринт WP2/2002/03. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 64 с.

Писляков В.В. Анализ контента ведущих электронных ресурсов актуальной зарубежной периодики: Препринт WP2/2002/02. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 33 с.

Губанов В.А. Непараметрическое выделение динамических сезонных циклов: Препринт WP2/2002/01. – М.: ГУ ВШЭ, 2002. – 33 с.

2001

Поспелов И.Г. Экономические агенты и системы балансов: Препринт WP2/2001/03. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 68 с.

Бессонов В.А. Об измерении динамики российского промышленного производства переходного периода: Препринт WP2/2001/02. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 34 с.

Алексеенкова М.В. Факторы отраслевого анализа для российской переходной экономики: Препринт WP2/2001/01. – М.: ГУ ВШЭ, 2001. – 34 с.