

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫПУКЛОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ "РЕСУРС-ЧДД" ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ С ОГРАНИЧЕННЫМ РЕСУРСОМ

Лукиянов А.С., вед. научный сотр.

Институт энергетических исследований РАН (ИНЭИ РАН)

gasgroup@rambler.ru

Аннотация: Характеристика "ресурс-ЧДД" наглядно и удобно для анализа представляет портфель проектов компании при ограниченном ресурсе R . Оптимизацию следует сначала проводить на выпуклых характеристиках, и лишь затем, при необходимости, искать невыпуклые решения.

Ключевые слова: оптимизация, ограничения, ресурс, эффективность, инвестиции.

Рассматривается задача максимизации суммарного ЧДД инвестиционной программы при ограничении на аддитивный ресурс R

$$(1) \sum_i \text{ЧДД}_i \rightarrow \max, \quad \sum_i R_i \leq \bar{R},$$

где i – номер объекта инвестиций, проекта или программы. Не будем, как правило, различать понятия проекта и программы. Важной особенностью постановки задачи является то, что значение величины \bar{R} не фиксируется, а решение задачи ищется как функция от \bar{R} .

На графике в координатах " R -ЧДД" каждый проект (программа) изображается точкой (R , ЧДД). Все допустимые программы отображаются как множество точек в этих координатах. Совокупность решений задачи (1) при всевозможных значениях \bar{R} на том же графике представляет собой возрастающую кривую, возможно прерывистую или со скачками.

Пример 1. Имеется n независимых проектов. Из них можно сформировать 2^n инвестиционных программ (рис.1). Обычно рассматривается именно такой случай [1].

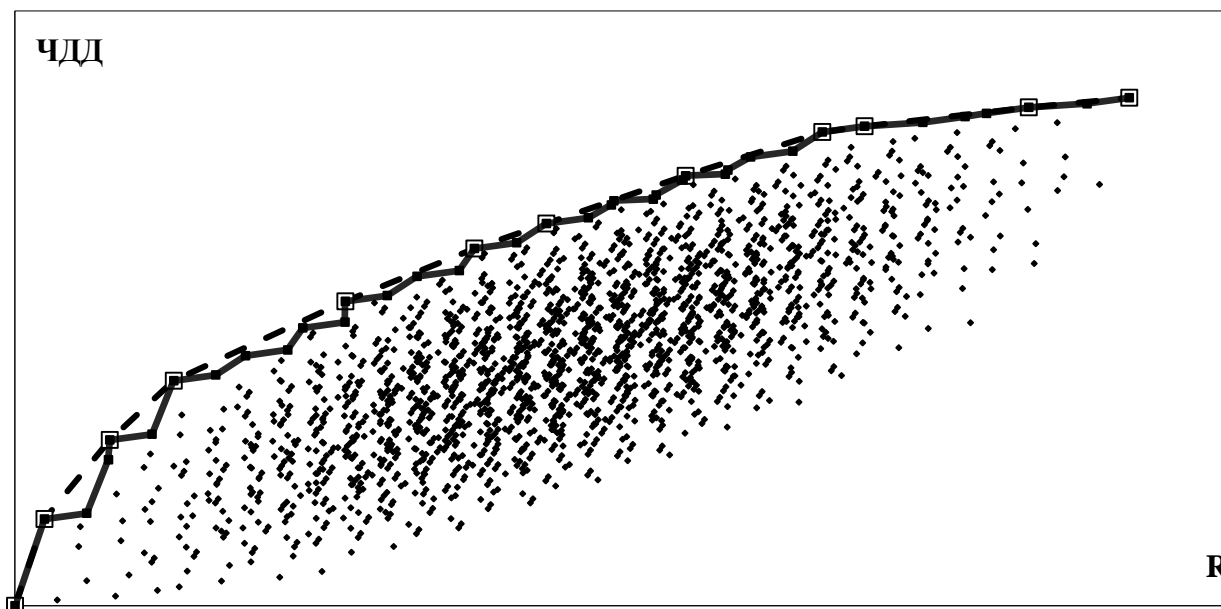


Рис.1 Выпуклая (12 точек) и полная (38 точек) характеристики " R -ЧДД" и все возможные программы (2048 точек) для 11-ти независимых проектов.

Пример 2. Имеется n альтернативных вариантов осуществления инвестиций на одном и том же объекте.

Пример 3. Имеется n альтернативных инвестиционных программ. Каждая программа может состоять из некоторого набора зависимых проектов.

В примерах 2 и 3 множество допустимых точек состоит из n программ.

Пример 4. Имеется n независимых инвестиционных программ. Каждая программа многовариантна и может состоять из некоторого набора зависимых проектов.

Пример 5. Пусть в примерах 1 или 4 две компании могут создать совместное предприятие для долевого выполнения двух инвестиционных программ (проектов) А и В. Тогда все точки отрезка, соединяющего точки А и В, могут считаться допустимыми (для одной компании). В этом случае решения задачи (1) составляют выпуклую (вверх) функцию.

Во всех случаях задача задается множеством допустимых точек в координатах “ R -ЧДД”. Для любого множества может быть построена его выпуклая (вверх) огибающая, назовем её выпуклой характеристикой “ R -ЧДД”. В примере 5 эта характеристика и есть решения задачи (1). Но и в других случаях она может быть полезна. Главное полезное свойство характеристики – способность отсеивать менее эффективные программы.

Введем понятие относительной сравнительной эффективности

$$r_{10} = \frac{ЧДД_1 - ЧДД_0}{R_1 - R_0},$$

где $\Pi_0 = (R_0, ЧДД_0)$ базовый проект (программа), $R_1 > R_0$. Если $\Pi_0 = (0, 0)$, то это относительная (по R) эффективность r_1 . Если $r_2 < r_1$ и $ЧДД_2 \leq ЧДД_1$, то альтернативная программа Π_2 при построении выпуклой характеристики отсеивается (рис.2).

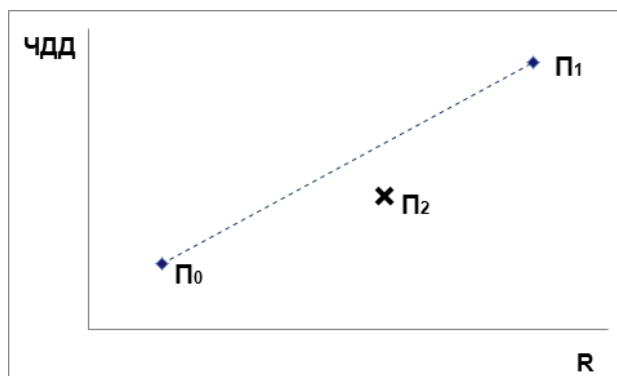


Рис.2 Отсеивание Π_2 по относительной сравнительной эффективности $r_2 < r_1$ и $ЧДД_2 \leq ЧДД_1$.

Каждая угловая точка выпуклой характеристики принадлежит допустимому множеству и является решением задачи (1). Эти проекты можно назвать предпочтительными, так как их относительные сравнительные эффективности больше, чем у решений задачи, не лежащих на выпуклой характеристике.

Угловых точек может быть значительно меньше, чем решений задачи (1). Так выпуклая характеристика программы из n независимых эффективных (т.е. $ЧДД_i > 0$) проектов содержит ровно $n+1$ угловых (предпочтительных) точек, если нет двух проектов с одинаковыми r . В то же время, множество решений задачи может содержать от $(n+1)$ до 2^n точек.

Угловые точки выпуклой характеристики имеют очень полезное свойство – они доставляют максимум вспомогательной функции $ЧДД \cdot f_r \cdot R$, где $f_r \geq 0$ – множитель Лагранжа задачи (1). Это дает **эффективный** метод построения выпуклых характеристик, в том числе в случае альтернативных проектов – многократная оптимизация при различных значениях множителя f_r . Это позволяет выделять предпочтительные проекты

Производная по R выпуклой характеристики равна f_r . Величина f_r убывает по мере роста величины R . Величина f_r играет для альтернативных проектов (программ) **ту же роль**, что r_i для независимых проектов, т.е. ранжирует проекты (программы), отделяет принимаемые проекты (программы) от непринимаемых. Величину f_r можно назвать замыкающей эффективностью ресурса R . Каждый предпочтительный проект разработки характеризуется величиной f_r .

Зависимые, в том числе альтернативные, проекты удобно вычлнить из общей задачи и построить для них выпуклую характеристику “ R -ЧДД”. Если для независимых частей программы

построены выпуклые характеристики “ R -ЧДД”, то их знания достаточно, чтобы довольно просто с помощью ранжирования построить объединенную выпуклую характеристику “ R -ЧДД”.

Построение всех решений, даже в окрестности заданного значения R , в общем случае может оказаться очень трудной задачей (целочисленный рюкзак). Но, зная угловые точки выпуклой характеристики, можно получить **область расположения** решений задачи (см.рис.3), а методом ветвей и границ с помощью **выпуклых** характеристик ветвей задачи можно ещё уточнять **область расположения** решений задачи в окрестности величины R .

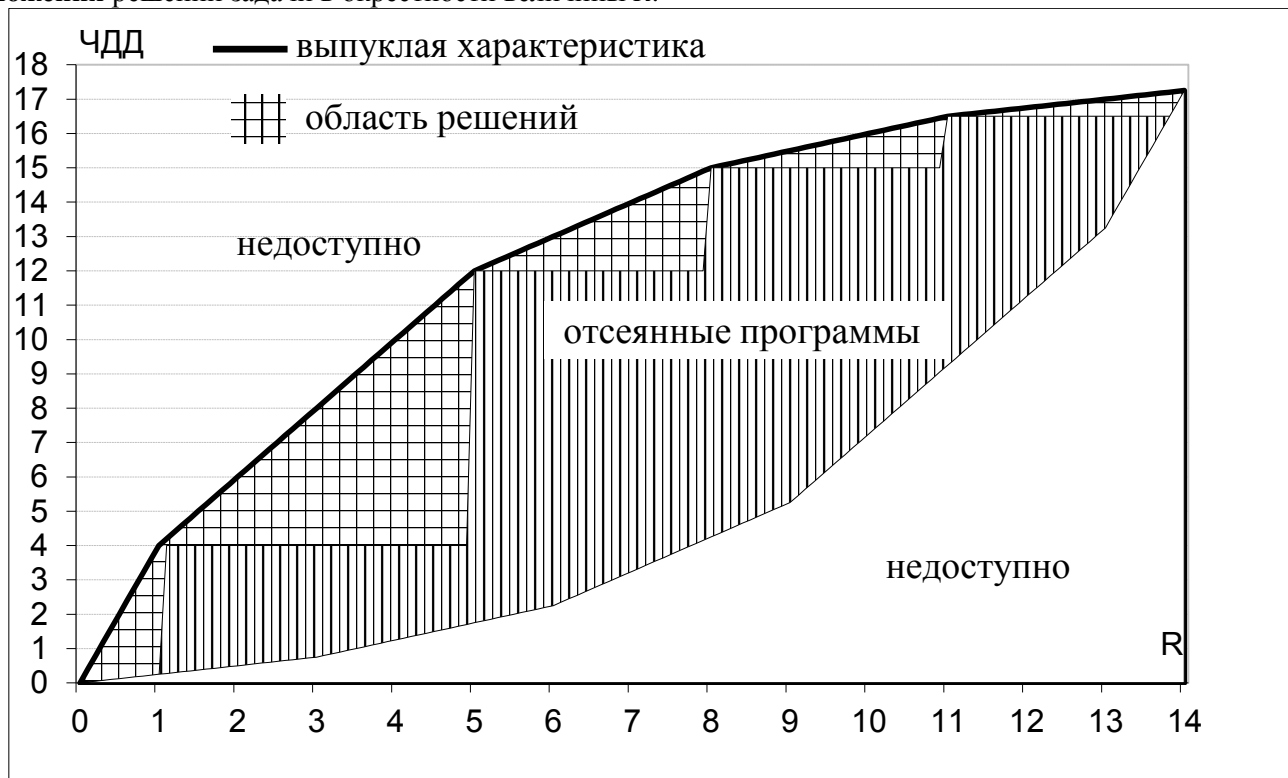


Рис.3 Ограничение на область решений задачи (закраска – в клеточку)

Ограниченным ресурсом могут быть, например, дисконтированные накопленные капиталовложения ДК. Оптимальная программа разработки нескольких месторождений в задаче (1) состоит из предпочтительных проектов разработки с совпадающими значениями f_k .

Основные выводы. Характеристика “ R -ЧДД” наглядно и удобно для анализа представляет портфель проектов компании при ограниченном ресурсе R .

Оптимизацию следует сначала проводить на выпуклых характеристиках, и лишь затем, при необходимости, искать невыпуклые решения.

Литература

1. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика. – М.: ДЕЛО, 2001 г., 832 С.