КОМПЬЮТЕРНАЯ СИСТЕМА ОРГАНИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ И ПОЛИЛИНЕЙНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ РАСЧЕТОВ НА БАЛАНСОВЫХ МОДЕЛЯХ

А.М.Лукацкий, В.А. Малахов

Институт энергетических исследований РАН

(E-MAIL macrolab@eriras.ru,

mva@eriras.ru)

Обзор имеющихся подходов

Балансовые модели используются в ряде областей:

при изучении сложных экономических систем (экономика страны, промышленность, крупная компания) [1-3]);

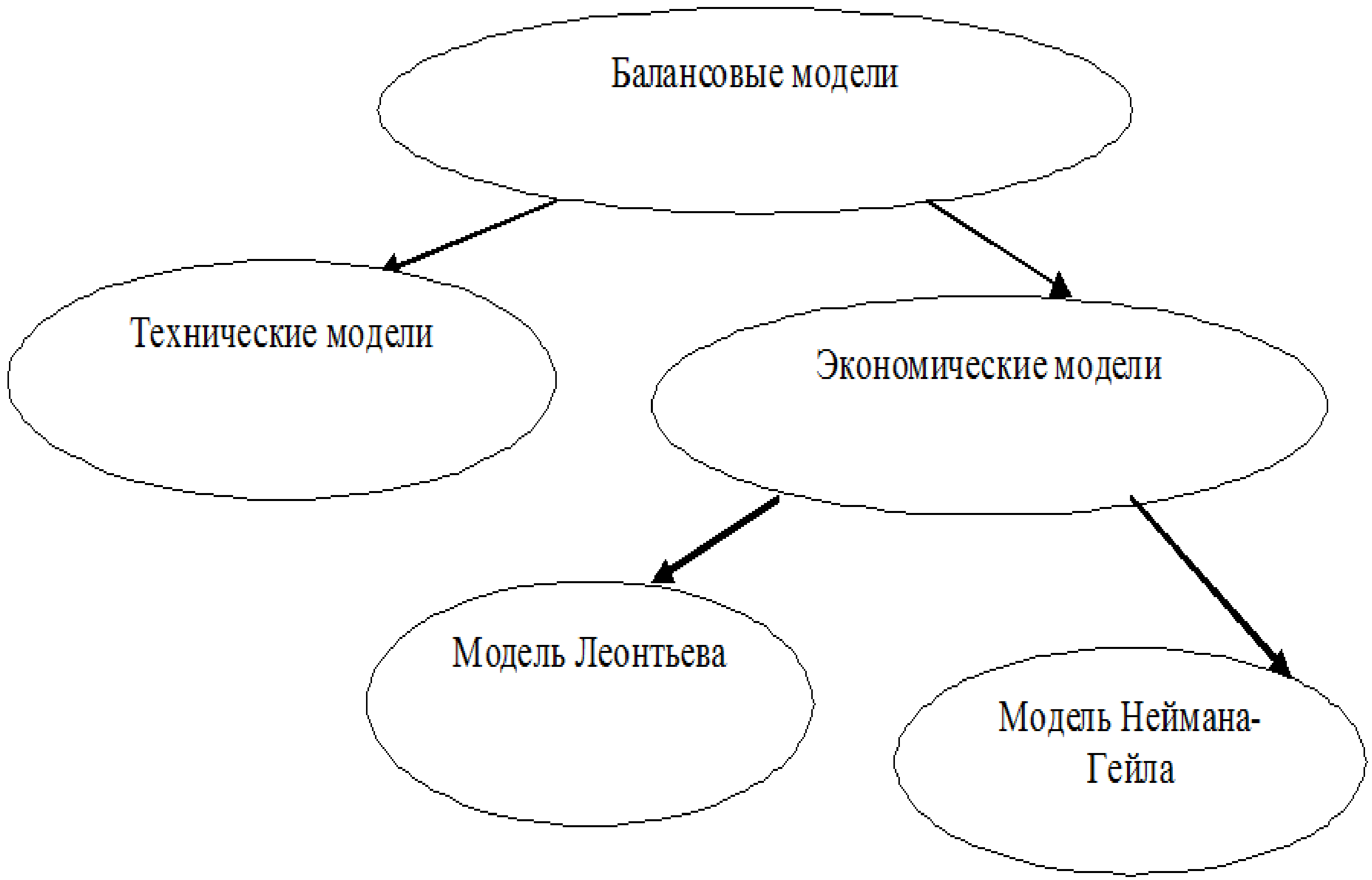
в многочисленных технических моделях с проблемами совместности допусков на эксплуатацию оборудования, например, в медицинской технике [4-5].

В экономике известны два основных типа балансовых моделей:

модель Леонтьева (основанная на квадратной матрице продукт-продукт [6]);

модель Неймана-Гейла (основанная на прямоугольной матрице отрасль-продукт [7]).

Основные типы балансовых моделей



Постановка задачи

- Процесс разработки балансовых моделей приводит к необходимости моделирования сложных объектов и требует умения работать с различными типами используемых данных. В связи с этим весьма полезно иметь гибкую схему для моделирования соответствующих информационных процессов.
- В Институте энергетических исследований Российской академии наук (ИНЭИ РАН) были созданы оригинальные инструментальные средства для автоматизированной разработки и эксплуатации оптимизационных и имитационных балансовых моделей типа Неймана-Гейла. Этот подход был реализован в виде программного комплекса (далее в докладе именуемого как Система).

Принципы конструирования моделей балансового типа

- Описываемая Система включает в себя математические и программные компоненты, которые позволяют специалистам создавать, модифицировать и эксплуатировать широкий спектр моделей балансового типа.
- Ключевым моментом здесь является то, что это освобождает эксперта от необходимости пользоваться услугами программистов-посредников.

Схема структур данных Системы

•

Средства для ввода и редактирования структуры модели

- Для генерации и модификации формальной структуры модели был разработан оригинальный программный комплекс, который обеспечивает интерактивный процесс ввода и редактирования:
- • структур данных;
- • формул.
- Разрешаются следующие типы формул в зависимости от режима эксплуатации модели:
- •для режима оптимизации – формулы, которые зависят от переменных модели исключительно как полилинейные функции;
- •для режима имитации – формулы, которые зависят от переменных модели как полиномиальные общего вида или логические функции.

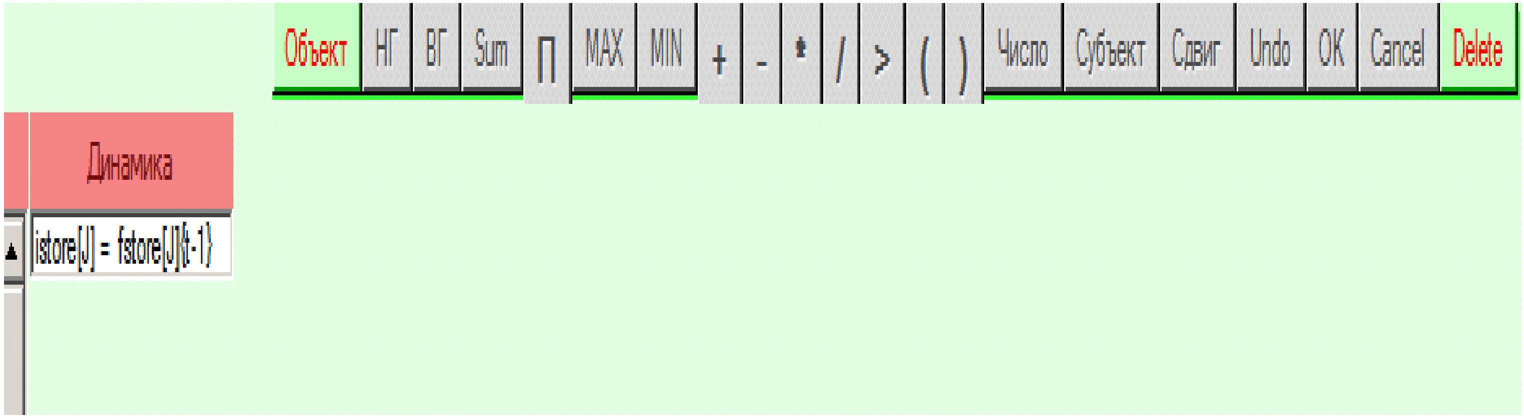
Организация ввода данных

- Ввод и редактирование формул в Системе выполняется пользователем - непрограммистом. На этапе ввода синтаксис формулы предполагает стандартную скобочную структуру арифметических выражений. Ввод формул ведется в диалоговом редакторе, который предлагает пользователю меню допустимых на текущей точке процедуры ввода операций, причем уведомляет его в случае обнаружения синтаксической ошибки. Такой интерфейс ввода исключает возможность синтаксических ошибок и циклических ссылок. После завершения ввода формула автоматически преобразуются в формат польской (бесскобочной) записи. Это ускоряет последующую числовую интерпретацию формулы при расчетном режиме.

Режимы расчетов, предусмотренные в Системе

- статические вычисления, в которых для фиксированного года рассчитываются показатели в соответствие с заданными формулами зависимостей, при условии, что вы уже ввели значения параметров и базовые значения переменных;
- динамические вычисления (проводятся в каждом году, кроме начального), которые вычисляют значения динамических параметров по ранее установленным формулам динамических связей;
- статическая оптимизация;
- динамическая оптимизация.

Диалоговый бокс ввода динамических формул



Опции оптимизационной процедуры

- Нахождение допустимого решения (удовлетворяющего всем ограничениям модели);
- получение решения, оптимизирующего заданный критерий (показатель, выбранный пользователем из числа скалярных полилинейных показателей модели).
- Оптимизация может быть выполнена:
- для одного временного такта (статическая оптимизация);
- для нескольких последовательных тактов в заданном диапазоне прогноза (динамическая оптимизация). Для динамической оптимизации критерием является сумма значений выбранного индикатора-критерия на заданной последовательности временных тактов.

Методы нахождения оптимального решения

Процедуры оптимизации реализуются в рамках задачи полиилинейного программирования (ПП) [8]. Для решения задачи ПП был предложен алгоритм, основанный на методе обобщенной релаксации (ОМР). Этот алгоритм также использовался в работах других авторов [9] в сфере CREDAL NETWORKS.

Согласно ОМР, задача ПП разбивается на серию последовательно выполняемых задач линейного программирования (ЛП).

Для реализации ОМР были разработаны эффективные программные средства. Они проверяются свойства полилинейности (в частном случае линейности) индикаторов, формируют задачу ПП, а также обеспечивают последовательную генерацию линейных фаз и решение соответствующих задач ЛП.

Декомпозиция полилинейной задачи на линейные фазы

Состав линейных фаз задачи ПП генерируется автоматически.

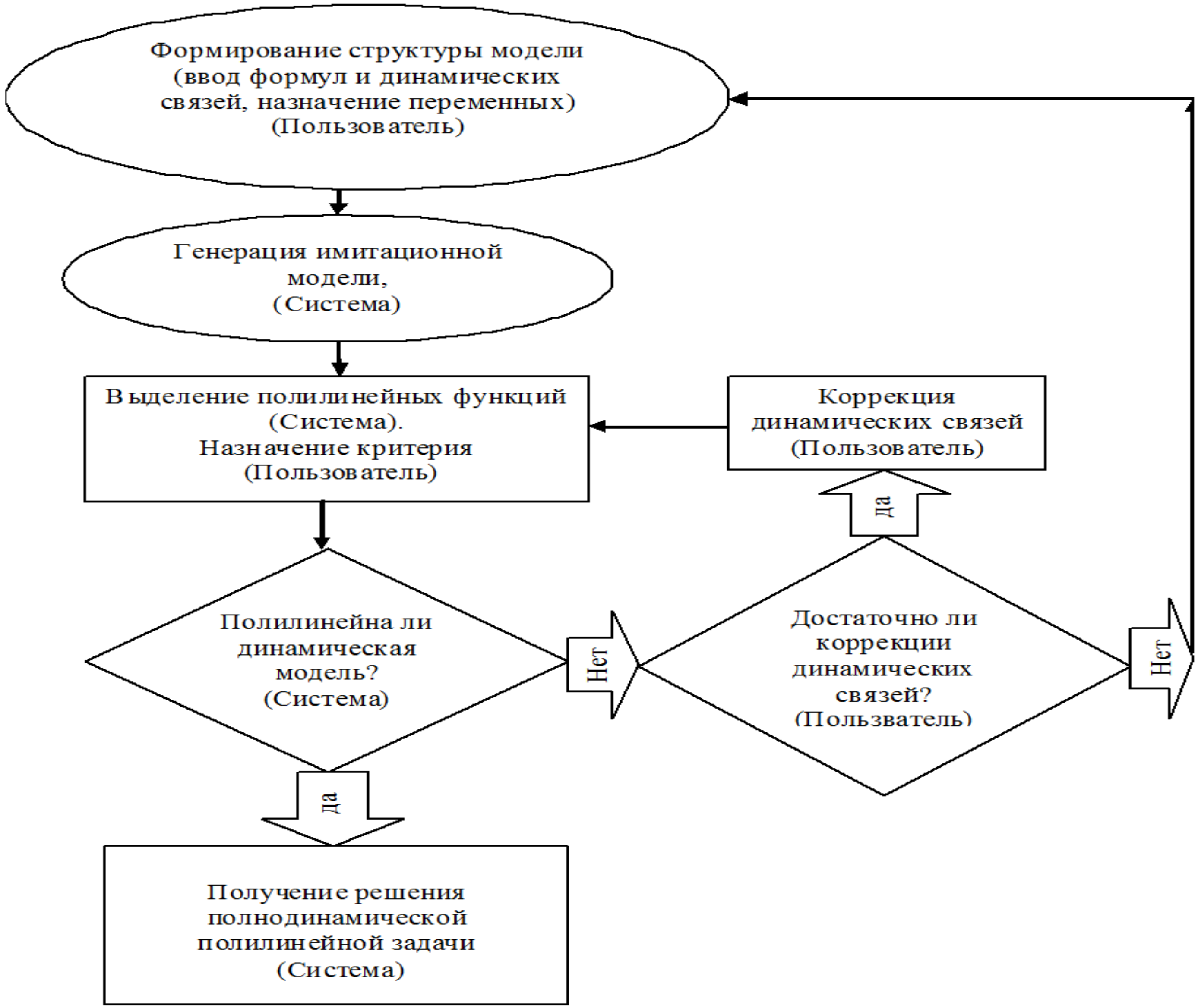
Каждая фаза включает набор переменных, которые образуют линейную подзадачу. Все фазы имеют максимальное наполнение, то есть ни одна фаза не может быть пополнена новыми переменными без нарушения линейности подзадачи, и каждая переменная участвует, как минимум, в одной фазе.

Если, не нарушая полилинейности, можно включить какую-либо переменную в несколько фаз, то эта возможность используется (см. пример декомпозиции полилинейной задачи на линейные фазы).

Пример декомпозиция полнодинамической полилинейной задачи на линейные фазы

ПЕРЕМЕННЫЕ	статический блок 1			статический блок 2			статический блок 3		
	фаза 1	фаза 2	фаза 3	фаза 1	фаза 2	фаза 3	фаза 1	фаза 2	фаза 3
[1] ИнвестОтр(цвб), Investment[I]	1	0	1	1	0	1	1	0	1
[2] СкрытЗарплОтр(ртг), szo[I]	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[3] Дивиденды(ртг), div[I]	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[4] Государственные субсидии(ртг), dot[I]	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[5] ИмпортПрод(цвб), imp[J]	1	0	1	1	0	1	1	0	1
[6] ЭкспортПрод(цвб), Exp[J]	1	0	1	1	0	1	1	0	1
[7] ИзмЗапПрод(цвб), Chzapp[J]	1	0	1	1	0	1	1	0	1
[8] Соцвыплаты(ртг), soc	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[9] СредМесЗарплОтр, srzo[I]	1	1	0	1	1	0	1	1	0
[10] СредМесЗарплГУ, srzg	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[11] КоэфПП1, k1[I]	1	0	0	1	0	0	1	0	0
[12] КоэффПП2, k2[I]	1	0	0	1	0	0	1	0	0
[13] ИндексЦены, c[J]	0	1	0	0	1	0	0	1	0
[14] ЗаймыОтр(ртг), Credito[I]	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[15] ЗаймыГУ(ртг), Creditg	1	1	1	1	1	1	1	1	1
[16] ИПЦ, CPindex	0	1	0	0	1	0	0	1	0
[17] ИндексРеалРостДохДХ, IncomePersSectorIndex	1	0	1	1	0	1	1	0	1
[18] ВыпускОтр(цвб), vpo[I]	0	0	1	0	0	1	0	0	1

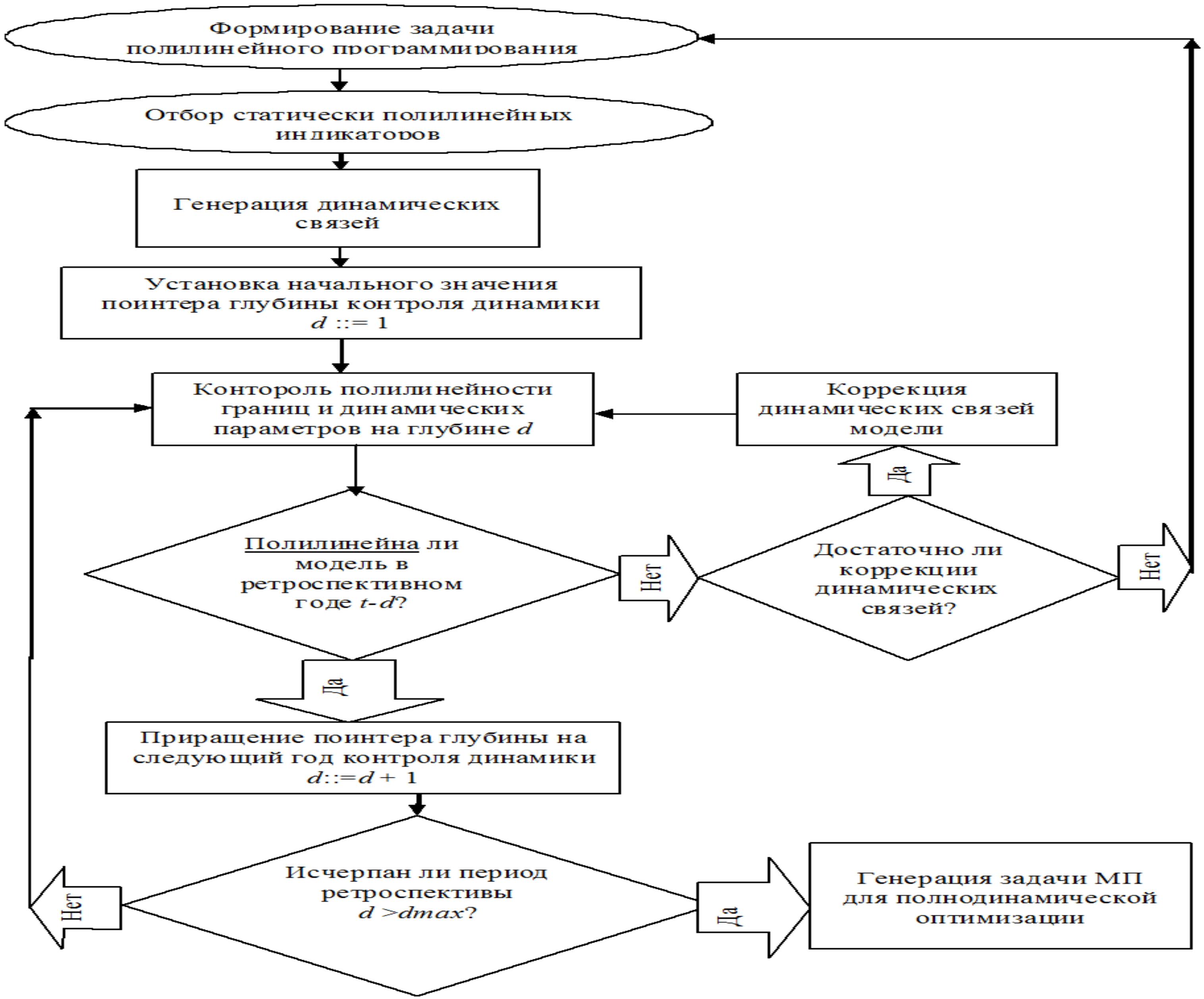
Взаимодействие пользователя с системой в режиме полнодинамической оптимизации



Контроль полнодинамической модели на полилинейность

- В процессе анализа на полилинейность проверяются:
- динамические параметры;
- динамические границы переменных и индикаторов.
- Проверка ведется в цикле по глубине d ретроспективных динамических связей к текущему такту расчетов t. На глубине d проверяются переменные такта $t–d$. Нарушениями полилинейности являются:
- полиномиальные неполилинейные выражения, содержащие переменные такта $t–d$;
- логические выражения или специальные неполилинейные функции, включающие переменные такта $t–d$.

Блок-схема алгоритма анализа на полилинейность в полнодинамической модели



Пример анализа формул модели на полилинейность

Пример 1. Пусть в статически полилинейной модели имеются динамические скалярные параметры p, q, векторный параметр $s[i]$; статические векторные переменные $x[i]$, $y[i]$ и скалярная переменная z. Для текущего временного такта t заданы динамические связи:

$$p[t] = \max_i (x[i]\{t-2\});$$

$$q[t] = \frac{z\{t-2\}}{z\{t-3\}};$$

$$s[i][t] = \mathrm{abs}(y[i]\{t-2\}).$$

Тогда статически полилинейная модель будет динамически полилинейной на глубине 1, но у нее обнаружится динамическая неполилинейность на глубине 2. В этом случае полнодинамическая оптимизация возможна на периодах $\{t \div t+1\}$ и невозможна на $\{t \div t+2\}$.

Проблема накопления ошибок в расчетах

- При работе в режиме полной динамической оптимизации особенно острой становится проблема накопления ошибок в расчетах. Это связано с большим количеством запусков процедуры линейной оптимизации. Основным методом борьбы с накоплением ошибок является повышение точности симплекс-алгоритма [11]. Эффективный метод состоит в том, чтобы осуществить переход от начальной к конечной симплекс-таблице за меньшее, чем в первоначально полученном решении, количество итераций.
- Для такой цели симплекс-алгоритм, основанный на последовательности шагов жорданового исключения (ЖИ), оказывается наиболее удобным.

НАБОР БАЗОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ СИМПЛЕКС-ТАБЛИЦЫ

- Пусть в задаче ЛП общего вида исходная симплекс-таблица имеет n столбцов с переменными, имеющими номера $1,\ldots,n$ и m строками с ограничениями, имеющими номера $n+1,\ldots,n+m$.
- Важно принять во внимание, что если для начальной симплекс-таблицы шаги ЖИ переставляют строчные переменные со столбцовыми, то после нескольких итераций могут переставляться переменные, изначально бывшие только строчными или только столбцовыми. Введем преобразования $T_{s,r}$
- Если в текущей симплекс-таблице s – строка, r – столбец (или наоборот), то $T_{s,r}$ это шаг ЖИ;
- если в текущей симплекс-таблице s – строка, r – строка (или s,r - столбцы), то $T_{s,r}$ это транспозиция (простая перестановка) 2-х строк (или 2-х столбцов) .

Алгебраическая формулировка задачи улучшения точности

Пусть симплекс-таблица получена из исходной в результате последовательного выполнения преобразований

(1) $g = T_{s_1,r_1} T_{s_2,r_2} \dots T_{s_k,r_k}$

Умножение g справа на транспозицию не меняет ЛП-задачу по существу. Поэтому перестановки симплекс-таблицы, приводящие к заданной ЛП-задаче, можно отождествлять с правыми смежными классами

$S_n \times S_m\, g \subset S_{n+m}$, где S_k – симметрическая группа порядка k, [12].

Улучшение точности решения ЛП-задачи можно сформулировать как следующую задачу. Пусть симплекс-таблица первоначального решения получена в результате подстановки g из группы S_{n+m}, которая разложена на шаги ЖИ по формуле (1) и представляет собой слово длины k [12] в смысле системы образующих (2) группы S_{n+m}

(2) $\{T_{s,r}\}$.

Требуется найти в правом смежном классе $S_n \times S_m g$ элемента g слово [12] минимальной длины l (здесь левые и правые смежные классы не совпадают, т.к. симметрическая группа проста и не имеет нормальных делителей)

$\widehat{g} = T_{u_1,м_1} T_{u_2,v_2} \dots T_{u_l,v_l}$

в смысле системы образующих (2).

Алгоритм улучшения точности, I

Шаг 1. Выделим в симплекс-таблице решения ЛП-задачи, полученного в результате подстановки g вида (1), следующие подмножества:

- столбцов, полученных перенесением строчных переменных исходной симплекс-таблицы;
- строк, полученных перенесением столбцовых переменных исходной симплекс-таблицы.

Числа этих строк и столбцов должны быть равны, обозначим их через w.

Шаг 2. Вычислим списки кодов столбцов и строк подмножеств из шага 1 и упорядочим их по возрастанию. Пусть они имеют вид $\{p_1,...,p_w\}$ для столбцов, $\{q_1,...,q_w\}$ для строк.

Построим подстановку по элементу $g \in G$ следующим образом

(3) $\hat{g} = T_{q_1,p_1} T_{q_2,p_2} ... T_{q_w,p_w}$.

Заметим, что в разложении (3) используется обратный порядок следования кодов в парах строк и столбцов. Симплекс-таблица, полученная после подстановки $\hat{g}$ подстановки может отличаться порядком следования строк и столбцов по отдельности, поэтому $\hat{g}$ не совпадает с g , а принадлежит правому смежному классу $\hat{g} \in S_n \times S_m g$.

Алгоритм улучшения точности, II

Шаг 3. Реализуем перестановку строк и столбцов в исходной симплекс-таблице, задаваемую разложением (3).

Шаг 4. Итоговая симплекс-таблица по составу кодов строк и столбцов совпадает с симплекс-таблицей первоначально полученного решения. Получаем из нее новое оптимальное решение ЛП-задачи. Длина w слова (3), реализующего полученное улучшенное решение ЛП-задачи, минимально возможная, т.к. для перехода к симплекс-таблице первоначально полученного решения ЛП-задачи надо переставить, по крайней мере, w столбцов со строками.

Пример к алгоритму улучшения точности, I

Пример 2. Пусть симплекс-таблица имеет 10 столбцов с переменными с номерами 1, 2, …, 10; 10 строк с номерами 11,12, …, 20.

а) после последовательного выполнения шагов $T_{1,12}, T_{1,11}$ (подстановки $g = T_{1,12}\ T_{1,11}$) получается симплекс-таблица с номерами столбцовых переменных 12,2,3,…,10 и строчных 1,11,13,…,20;

б) после выполнения $T_{1,11}, T_{1,12}$ (подстановки $h = T_{1,11}\ T_{1,12}$) – симплекс-таблица с номерами столбцовых переменных 11,2,3,…,10 и строчных 12,1,13,…,20 , откуда $g \neq h$

Для случаев а) и б) наборы столбцовых и строчных переменных итоговой симплекс-таблицы отличаются и, следовательно, задают неэквивалентные ЛП-задачи

Пример к алгоритму улучшения точности, II

В примере 2а первоначальной подстановкой будет слово длины 2: $g = T_{1,12}\,T_{1,11}$,

словом минимальной длины в смежном классе $S_{10} \times S_{10} g$ будет слово длины 1: $\widehat{g} = T_{1,12}$;

в 2б первоначальная подстановка – слово длины 2: $h = T_{1,11}\,T_{1,12}$,

словом минимальной длины в смежном классе $S_{10} \times S_{10} h$ – слово длины 1: $\widehat{h} = T_{1,11}$.

Особенности программной реализации

- Описанная Система реализована в виде программного комплекса в среде Microsoft Visual Studio 2008 под операционной системой WINDOWS-8. Был использован язык программирования Visual BASIC, а для информационной поддержки – MS EXCEL-2010. Все расчеты проводились в среде Visual BASIC. Для увеличения скорости вычислений коллекции Visual BASIC использовались в качестве временного хранилища данных.
- Программное обеспечение описанной системы оформлено авторскими свидетельствами. В аспекте сведения межотраслевых балансов – [13]. В аспекте программной реализации ОМР как самостоятельного метода математического программирования – [14].

Сравнение с аналогами, I

- Одним из аналогов описываемой системы является MATLAB [15].
- MATLAB имеет очевидные преимущества для моделей с более сложной математикой (скажем, описываемых системой дифференциальных уравнений) и необходимостью выдачи результатов в виде пространственной графики, но требует от пользователя специального программирования его задачи на процедурном языке системы MATLAB.
- Описываемое программное обеспечение более удобно и адаптировано в эксплуатации к классу моделей, классифицируемых в статье, то есть балансового типа, динамических, нелинейных, но полилинейных, которые имеют широкое распространение в экономике и технике.

Сравнение с аналогами, II

- Другим аналогом описываемой системы является GAMS [16]. GAMS построен по принципу автоматизации программирования. Т.е. в основе GAMS лежит технология программирования, когда под каждую конкретную задачу, описанную на внутреннем языке GAMS, генерируется новая программа, ее решающая. Нередко для расширения функциональных возможностей GAMS объединяют с GEMPACK. В GEMPACK имеется свой алгебраический язык описания уравнений различных видов (в том числе дифференциальных), но в языке GEMPACK запрещены ограничения-неравенства.
- В случае объединения GAMS с GEMPACK появляется возможность работать с моделями, включающими неравенства [17, с.36], но объединительная технология требует дополнительного технически нетривиального программирования.

Преимущества описываемой системы

- Описываемая система поддерживает класс моделей, основанных на системах полилинейных неравенств, которые, как правило, задаются невыпуклыми функциями. Для таких функций не работает поиск равновесных состояний, основанный на методах выпуклой оптимизации.
- В описываемой системе основным методом поиска решения является ОМР, работающий с полилинейными неравенствами.
- В системе применяется принцип прямой интерпретации языка описания модели. Это экономит ресурсы компьютера, позволяет запускать систему в режиме автономной откомпилированной программы без требования наличия каких-либо дополнительных языковых средств на компьютере эксплуатации модели. Кроме того, такой подход позволяет управлять точностью расчетов, проводимых на модели. Последнее становится актуальным в крупномасштабных динамических нелинейных системах.

Литература, I

1. *Malakhov V, Nesytykh K., Dubynina T.*, “A Multi-Agent approach for the intersectoral modeling of the Russian Economy,” *2017 Tenth International Conference Management of Large-Scale System Development (MLSD), IEEE Conference Publications, October 2017*, DOI:10.1109/MLSD.2017.8109656.

2. *Lukatskii A.M., Fedorova G.V.*, “Algorithms and software for studying the impact of fuel and energy prices on the economy of the Russian federation,” *Management of Large-Scale System Development (MLSD), 2017 Tenth International Conference, 2-4 Oct*. 2017, Moscow, Russia, IEEE Xplore, DOI: 10.1109/MLSD.2017.8109653.

3. *Lukatskii A.M., Fedorova G.V.*, “Tools for the Development of Macroeconomic Models of the Fuel and Energy Complex,” *2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), 3-4 Oct. 2018, Vladivostok, Russia*, IEEE Xplore, DOI: 10.1109/FarEastCon.2018.8602640.

4. *Yadykin I.B., Galyaev I.A.*, “On the Usage of the Energy Functionals for Energy Balance Anomalies Detection of Human Body Organs,” // 2018 Eleventh International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD), Moscow, 2018, pp. 1-5.

5. *Ядыкин И.Б., Катаев Д.Е.* , “Оценивание аномалий баланса виртуальной энергии математической модели поджелудочной железы для создания искусственной поджелудочной железы,” // Труды 12-й международной конференции “Управление развитием крупномасштабных систем” (MLSD2019), М:. ИПУ РАН, 2019, с.с. 1159-1161.

6. *Mustafin A., Kantarbayeva A.*, “Opening the Leontief's black box,” Heliyon. 2018 May; 4(5): e00626, DOI: 10.1016/j.heliyon.2018.e00626++.

7. *Babaei E., Evstigneev I.V., Schenk-Hoppé K.R., Zhitlukhin M.*, “Von Neumann-Gale Model, Market Frictions, and Capital Growth,” (January 13, 2019). Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3314852 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3314852.

8. *Лукацкий А.М., Шапот Д.В.*, “Методы решения задач полилинейного программирования,” *Журнал вычислительной математики и математической физики*, т. 41, №. 5, 2001, с.с. 680-691.

Литература, II

9. *Antonucci A., de Campos C.P., Huber D., Zaffalon M.* , “Credal Network Inferences by Linear Programming, in Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty,” *Proceedings 12ty Eurepean Conference, ESCQARU 2013, Utrecht, The Netherlands*, 2013, pp. 13-24.

10. *Nax H.H., Burton-Chellew M.N., West S.A., Young H. P.*,“Learning in a black-box,” *Journal of Economic Behavior & Optimization*, Volume 127 , July 2016, p. 1-15.

11. *Карбовский И.Н.*, “Технология полилинейного программирования в естественно-обусловленных моделях. I ,” Автоматика и телемеханика, 2014, № 9, с.с., 83-96.

12. *Курош А.Г.*, “Теория групп”, 1967, М.: Наука.

13. *Малахов В.А., Лукацкий А.М., Шапот Д.В.*, “Модель взаимосвязей энергетики с экономикой (МЭНЭК),” *Сертификат государственной регистрации компьютерной программы*, No. 2018611677 5 февраля, 2018.

14. *Лукацкий А.М., Шапот Д.В.*, “MULTILINPROGRAM, ” *Сертификат государственной регистрации компьютерной программы*, No. 2018619802, 13 августа, 2018.

15. *Moler Cleve*, "The Growth of MATLAB and The MathWorks over Two Decades". News & Notes News letter. MathWorks.(January 2006). Retrieved August 14, 2013.

16. *Rutherford T. F.*, “Applied General Equilibrium Modeling with MPSGE as a GAMS Subsystem: An Overview of the Modeling Framework and Syntax”, Computational Economics, 14, 1999, 1-4. doi:10.1023/A:1008655831209.

17. *Kohlhaas M., Pearson K.R.*, Introduction to GEMPACK for GAMS Users, April 2002.//www.researchgate.net/publication/5007906_Introduction_to_GEMPACK_for_GAMS_Users.

Благодарим за внимание